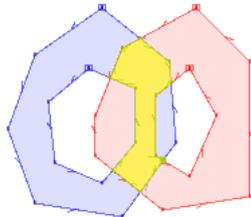


La précision dans les modèles SIG non topologiques Exemples avec QGIS, PostGIS, JTS



Rencontres inter-régionales SIG Sud-Est

20 mai 2015



JTS Topology Suite

Jean-Claude PROTEAU – SG/SPSSI/PSI1

Bureau de la politique et de la cohérence des
systèmes d'information



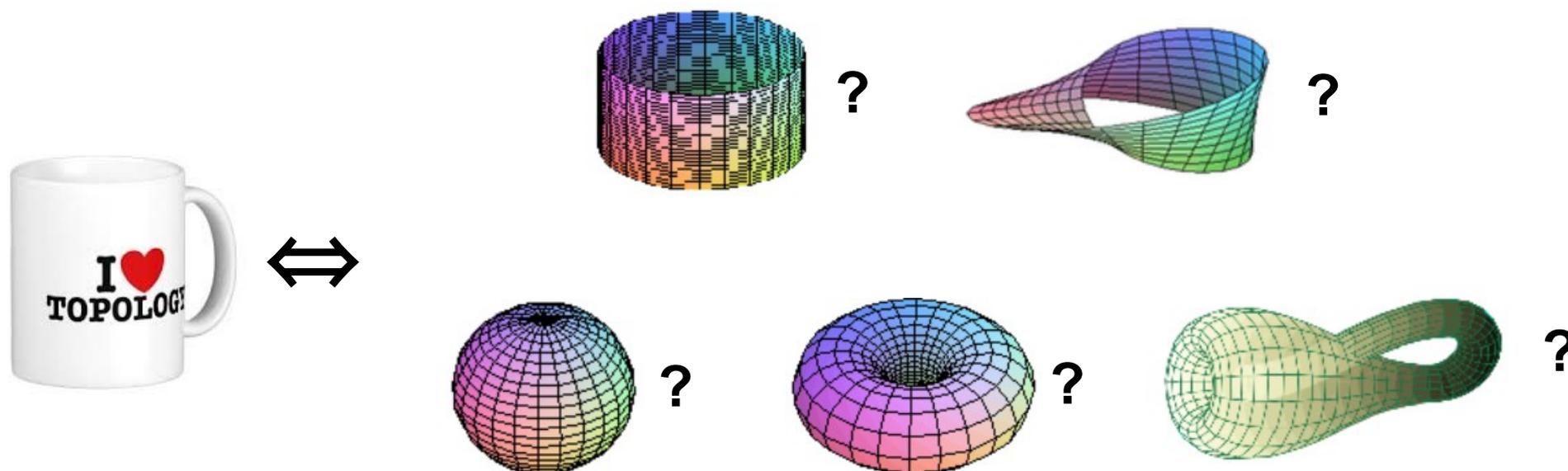
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉCOLOGIE,
DU DÉVELOPPEMENT DURABLE
ET DE L'ÉNERGIE
www.developpement-durable.gouv.fr

MINISTÈRE DU LOGEMENT,
DE L'ÉGALITÉ DES TERRITOIRES
ET DE LA RURALITÉ
www.territoires.gouv.fr

La topologie dans les outils SIG

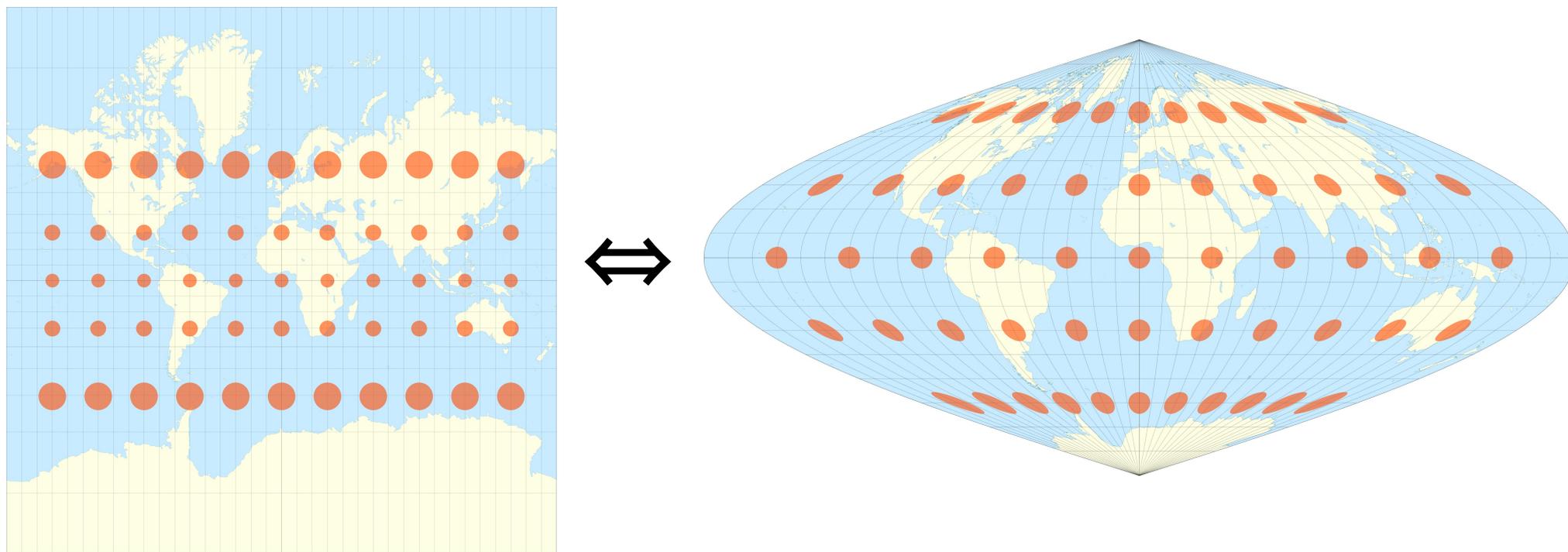
- La topologie est une branche des mathématiques qui s'intéresse aux propriétés qualitatives des objets, indépendamment de toute mesure.
- L'espace topologique s'oppose à l'espace métrique, quantitatif, où des distances sont définies.



La topologie dans les outils SIG

- **Équivalence topologique ou homéomorphisme**

La topologie s'exprime géométriquement des déformations continues (sans déchirement, « trou » ni recouvrement) d'objets, indépendamment de l'espace métrique (distances).



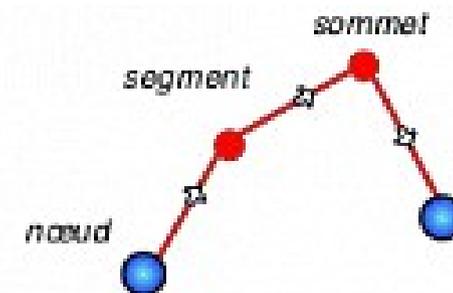
La topologie dans les outils SIG

Les relations topologiques exploitées dans les SIG topologiques sont :

- **La connectivité** (topologie de réseau, graphe orienté)

Décrit la relation entre des ensembles linéaires (polylignes)

Chaque arc ou segment possède un nœud de départ et un nœud d'arrivée (arc orienté) permettant de connaître la relation entre deux arcs, ainsi que son sens.



- **L'adjacence/voisinage**

Permet de connaître les relations entre polygones à partir des arcs et des sommets
Implique que les entités possèdent en commun au moins un sommet ou un arc.

- **L'intersection**

Permet de connaître les relations entre polylignes

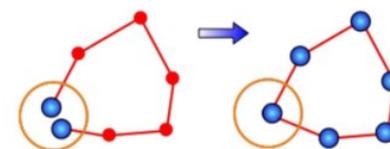
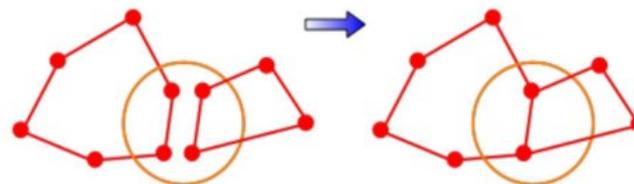
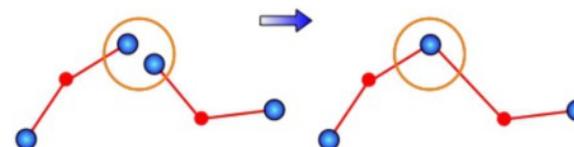
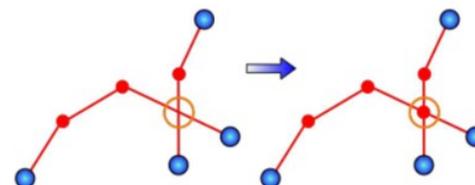
Implique que les entités possèdent en commun au moins un sommet

- **L'inclusion**

La topologie dans les outils SIG

Quelques règles de base dans les SIG topologiques :

- Les arcs ne peuvent pas se croiser.
Ils sont découpés à leur intersection (noeud commun) pour former des segments distincts (intersection, connectivité)
- Les lignes jointives doivent être reliées par un noeud commun (adjacence, connectivité)
- Les limites de polygones jointifs doivent être uniques, donc partagées (adjacence, connectivité)
- Deux polygones ne peuvent pas se chevaucher
Ils sont découpés et leur intersection devient un polygone adjacent aux 2 premiers
- Les contours des entités surfaciques doivent être fermés



La topologie dans les outils SIG

Ces objets (points, polylignes, polygones) ont aussi une géométrie simple ou complexe dans un espace métrique (ils ont des dimensions physiques).

espace topologique

un point est situé à l'extrémité d'une ligne
un point est situé sur le contour d'un polygone
un point est situé à l'intérieur d'un polygone
un polygone est connecté à une ligne
un polygone est adjacent à un autre

espace métrique

coordonnées d'un point
distance entre deux points
longueur d'une ligne
angle d'une ligne entre deux points
périmètre ou surface d'une aire

Dans les SIG non topologiques (modèles objet ou spaghetti) les entités (points, polylignes, polygones) sont indépendantes les unes des autres :

- pas de partage de géométrie (les arcs des polygones adjacents sont dupliqués)
- les arcs peuvent se croiser sans générer de point d'intersection
- chevauchements et trous possibles

Un espace métrique peut toutefois être muni d'une « topologie » induite par les distances. C'est celle qui est utilisée dans les SIG « non topologiques ».

Le schéma spatial OGC et les bibliothèques JTS et GEOS utilisent cette topologie

La topologie dans les outils SIG

Avantages /inconvénients des deux modèles

Modèle topologique

•

Avantages

- Pas de redondance
- Accélération très significative des traitements faisant appel aux relations de voisinage
- Très strict (pas de trous, pas de chevauchements)
- Très efficace pour les traitements sur de gros volumes de données

Inconvénients

- Très lourd à gérer (les relations topologiques entre les objets sont décrites explicitement)

Modèle objet ou spaghetti

Avantages

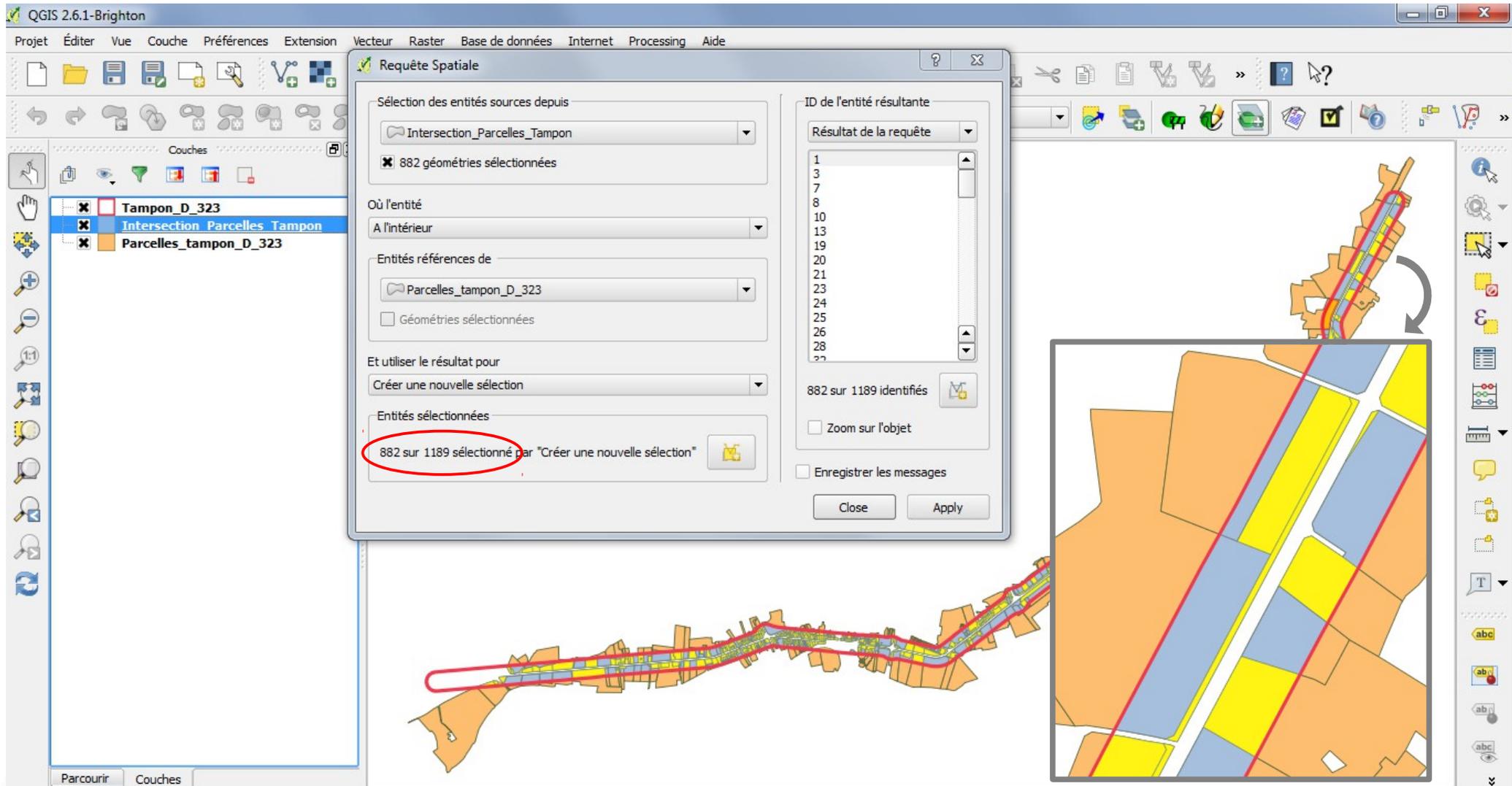
- Très simple à comprendre et à manipuler

Inconvénients

- Redondance
- Pas assez strict
- Mises à jour graphiques souvent laborieuses
- Pénalisant pour les traitements sur de gros volumes de données

Problème de la précision dans les SIG non topologiques

Un exemple concret dans QGIS (transposable dans PostGIS)



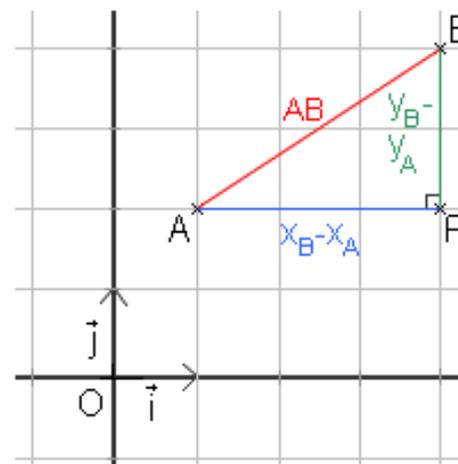
Sur les 1189 intersections créées (parcelles/tampon), 307 ne sont pas incluses dans les parcelles d'origine (26 %) et 319 ne sont pas incluses dans le tampon (27%)

Problème de la précision dans les SIG non topologiques

Le monde réel (la surface de la Terre) est modélisé et représenté dans les SIG

- par des objets géométriques : point, polyligne, polygone,
- dans un système géodésique de référence et un système de projection plane dérivé de ce système géodésique

Les sommets des objets ont des coordonnées dans le plan orthonormé de la projection plane. Cet **espace plan géométrique est continu**, c'est à dire que les coordonnées des sommets sont exprimées par des **nombre réels** (avec une infinité de décimales le cas échéant).



On ne sait pas si le monde réel est lui-même continu, car il est impossible de réaliser une mesure plus précise que la longueur de Planck ($1,61605 \cdot 10^{-35}$ m).

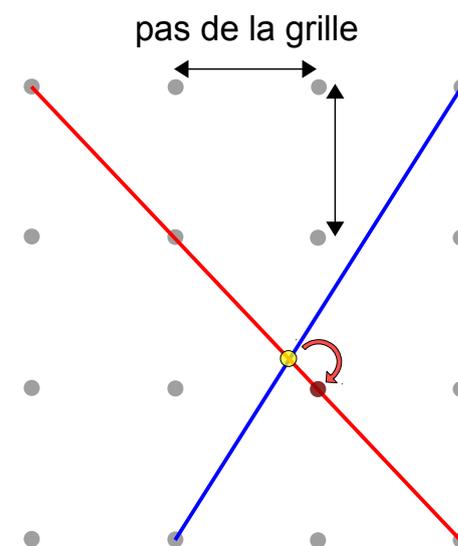
En deçà de la longueur de Planck, l'espace-temps devient un bouillon quantique !

Problème de la précision dans les SIG non topologiques

L'implémentation informatique de cet espace géométrique ne peut être réalisée au moyen de nombres réels, à décimales infinies.
(il faudrait des mémoires infinies et les temps de calcul seraient aussi infinis !)

Les coordonnées des sommets des objets sont représentées par des nombres flottants, au maximum en **double précision** (normes OGC). Un nombre en double précision occupe 53 bits en mémoire (norme IEEE 754) ce qui autorise 16 chiffres significatifs (partie entière + partie décimale)

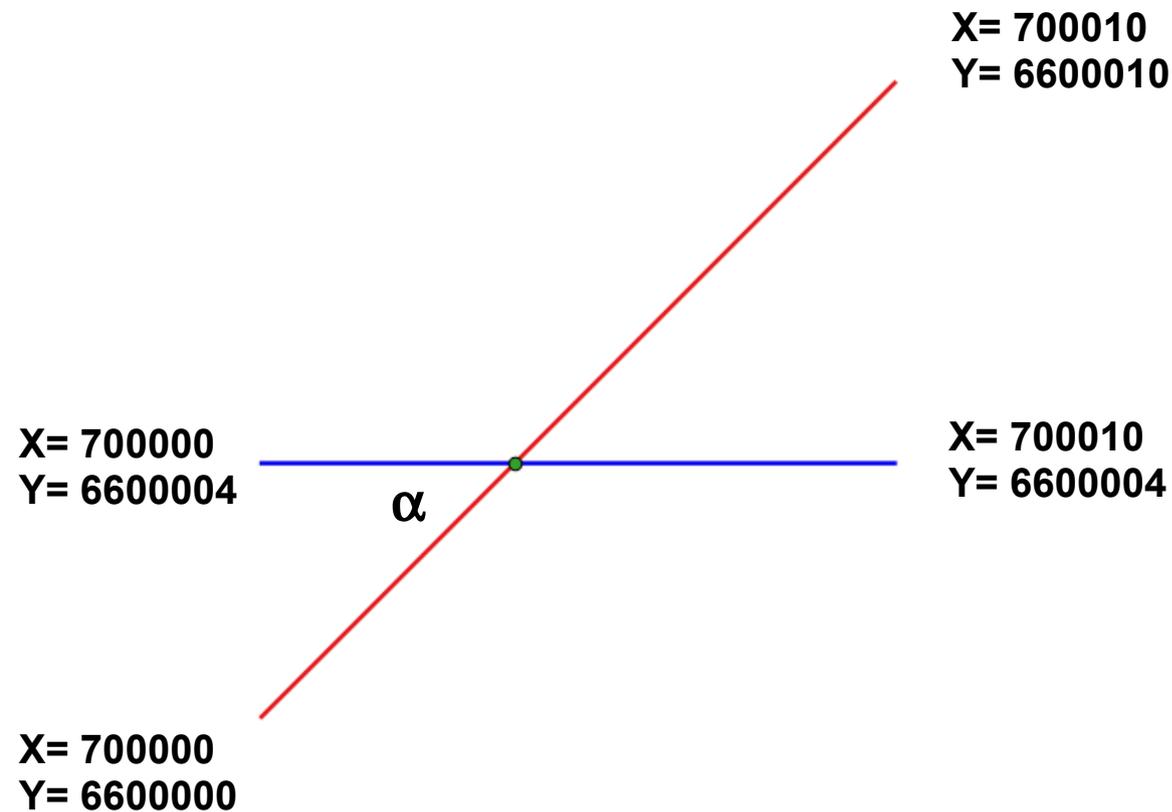
Les coordonnées des sommets saisis ou créés par construction géométrique (ex. : intersection) correspondent exactement au pas de la grille ou sont **arrondies** pour correspondre au point le plus proche de la grille sous-jacente.



La précision dans les SIG non topologiques

2 exemples sans problème de précision, ou l'arbre qui cache la forêt

1) Construisons l'intersection géométrique des 2 polygones ci-dessous :



Le calcul mathématique des coordonnées (réelles) du point d'intersection donne :

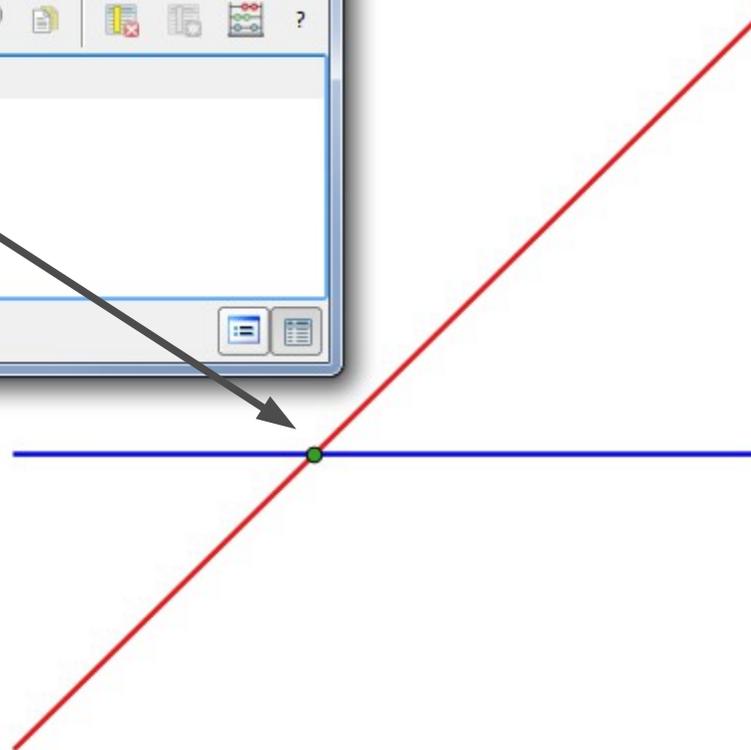
$$X = 700004 \quad (\text{tg } \alpha = 10/10 = 1)$$
$$Y = 6600004$$

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans QGIS :

Champ WKT_CALC calculé : `geomToWKT($geometry)`

	id_1	id_2	WKT_CALC
0	1	3	POINT(700004 6600004)



La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans PostGIS (pgAdmin III) :

Les tables sont créées à l'aide de scripts SQL décrivant les objets en WKT

Ex :

```
CREATE TABLE Polyligne_1 (ID varchar, WKT varchar, geom geometry);
INSERT INTO Polyligne_1 VALUES
    ('Polyligne_1', 'LINESTRING (700000 6600000, 700010 6600010)',
    ST_GeomFromEWKT('SRID=2154;LINESTRING (700000 6600000, 700010 6600010)));
```

Pour afficher le format WKT : `Select ST_AsText(geom) from inter_polyligne_1_polyligne_h;`

The screenshot shows the pgAdmin III SQL Editor interface. At the top, there are two tabs: 'Éditeur SQL' (selected) and 'Constructeur graphique de requêtes'. Below the tabs, there is a 'Requêtes précédentes' dropdown menu, a 'Supprimer' button, and a 'Tout supprimer' button. The main text area contains the SQL query: `Select ST_AsText(geom) from inter_polyligne_1_polyligne_h;`. Below the text area is a scroll bar. Underneath the text area is the 'Panneau sortie' (Output Panel) with four tabs: 'Sortie de données' (selected), 'Expliquer (Explain)', 'Messages', and 'Historique'. The 'Sortie de données' tab shows a table with two columns: 'st_astext' and 'text'. The first row of data is: `1 POINT(700004 6600004)`, where the text is underlined in red.

	st_astext	text
1	<u>POINT(700004 6600004)</u>	

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans JTS Topology Suite (JTS TestBuilder):

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface with the following data:

Intersection Matrix:

AB	0F1FF0102			
BA	0F1FF0102			
	B	Int	Bdy	Ext
	Int	0	F	1
A	Bdy	F	F	0
	Ext	1	0	2

Binary Predicates:

	AB	BA
Equals	F	F
Disjoint	F	F
Intersects	T	T
Touche	F	F
Crosses	T	T
Within	F	F
Contains	F	F
Overlaps	F	F
Covers	F	F
CoveredBy	F	F

Cases:

- A: LINESTRING (700000 6600000, 700010 6600010)
- B: LINESTRING (700000 6600004, 700010 6600004)

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface with the following data:

Geometry Functions: Overlay

Compute: Distance: 10, Quadrant Segs, Cap Style, Join Style, Mitre Limit

Result: POINT (700004 6600004)

Performance: 78 ms, Used: 11.88 MB, Total: 79.0 MB

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans JTS Topology Suite (JTS TestBuilder):

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface with the following data:

Intersection Matrix			
AB	0F1FF0102		
BA	0F1FF0102		
B	Int	Bdy	Ext
Int	0	F	1
A	F	F	0
Ext	1	0	2

Binary Predicates		
	AB	BA
Equals	F	F
Disjoint	F	F
Intersects	T	T
Touche	F	F
Crosses	T	T
Within	F	F
Contains	F	F
Overlaps	F	F
Covers	F	F
CoveredBy	F	F

Cases: A LINESTRING (700000 6600000, 700010 6600010)
B LINESTRING (700000 6600004, 700010 6600004)

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface with the following data:

- Geometry Functions: **Intersection** (selected)
- Compute button: **Compute**
- Distance: 10
- Quadrant Segs: [empty]
- Cap Style: [dropdown]
- Join Style: [dropdown]
- Mitre Limit: [input]
- Display Input:
- Clear Result: **Clear Result**

Cases: Overlay.intersection(LineString) **78 ms** Used: 11.88 MB Total: 79.0 MB
Result: POINT (700004 6600004)

Le point d'intersection est inclus dans chacune des 2 polygones

La précision dans les SIG non topologiques

Le point d'intersection est inclus dans chacune des 2 polygones :

Select

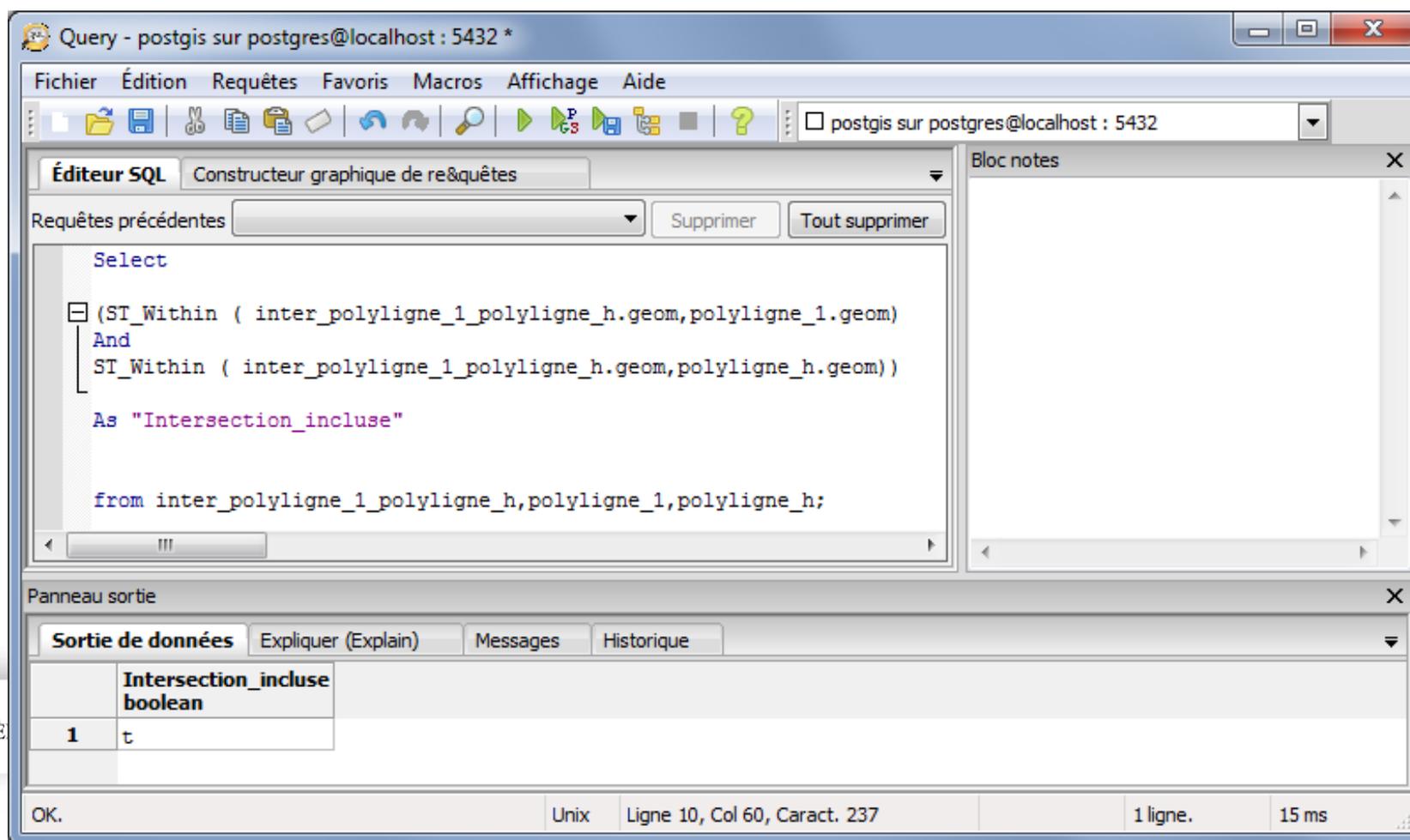
```
(ST_Within ( inter_polyligne_1_polyligne_h.geom,polyligne_1.geom)
```

And

```
ST_Within ( inter_polyligne_1_polyligne_h.geom,polyligne_h.geom))
```

As "Intersection_incluse"

```
from inter_polyligne_1_polyligne_h,polyligne_1,polyligne_h;
```



Query - postgres sur postgres@localhost : 5432 *

Fichier Édition Requêtes Favoris Macros Affichage Aide

postgis sur postgres@localhost : 5432

Éditeur SQL Constructeur graphique de re&quêtes

Requêtes précédentes Supprimer Tout supprimer

```
Select
  (ST_Within ( inter_polyligne_1_polyligne_h.geom,polyligne_1.geom)
  And
  ST_Within ( inter_polyligne_1_polyligne_h.geom,polyligne_h.geom))
  As "Intersection_incluse"

from inter_polyligne_1_polyligne_h,polyligne_1,polyligne_h;
```

Panneau sortie

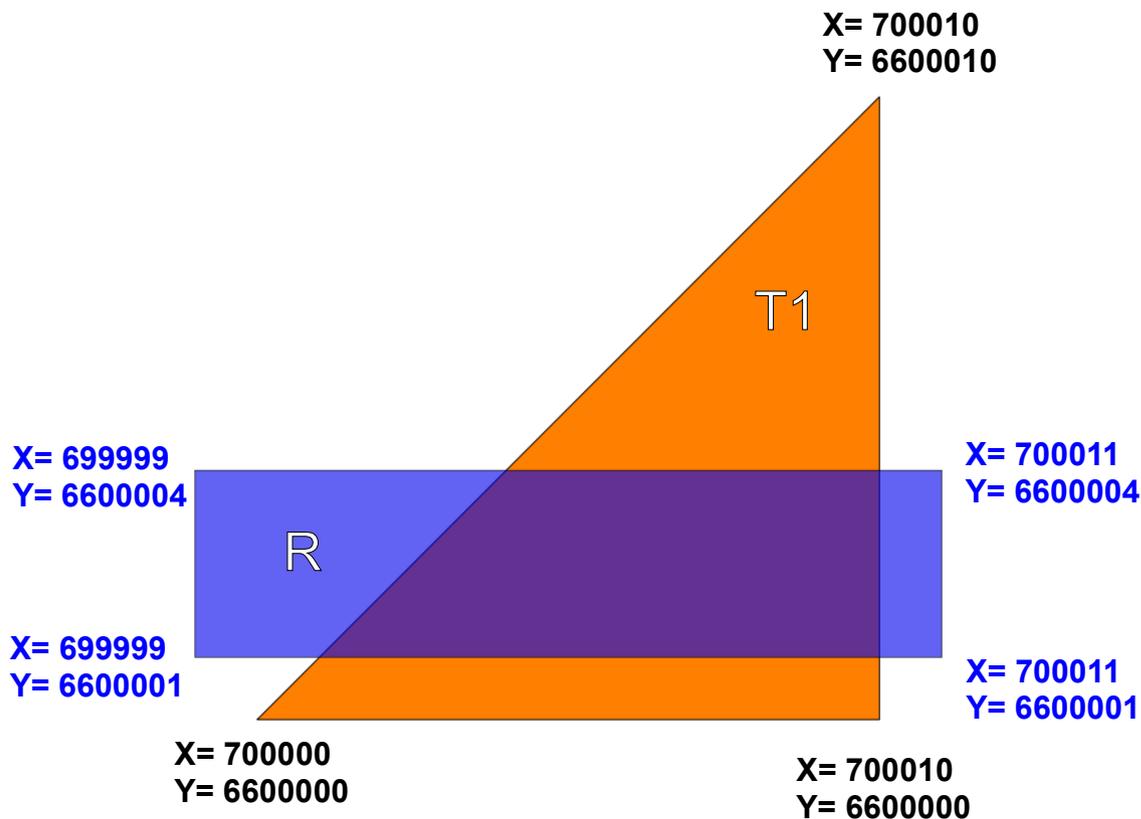
Sortie de données Expliquer (Explain) Messages Historique

	Intersection_incluse boolean
1	t

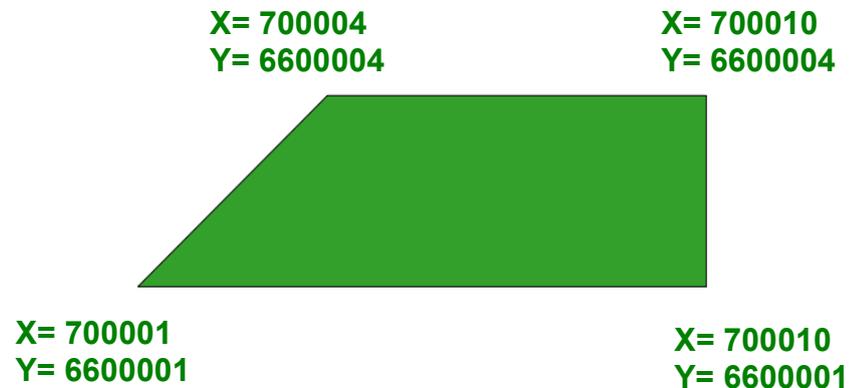
OK. Unix Ligne 10, Col 60, Caract. 237 1 ligne. 15 ms

La précision dans les SIG non topologiques

2) Construisons l'intersection géométrique des 2 polygones ci-dessous :

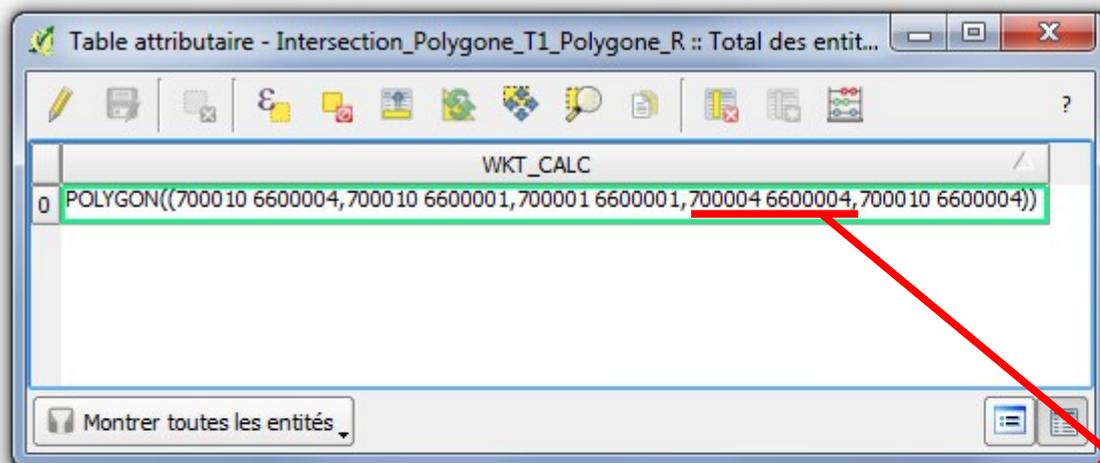


Le calcul mathématique des coordonnées (réelles) des sommets de l'intersection donne :



La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans QGIS : Champ WKT_CALC calculé : geomToWKT(\$geometry)



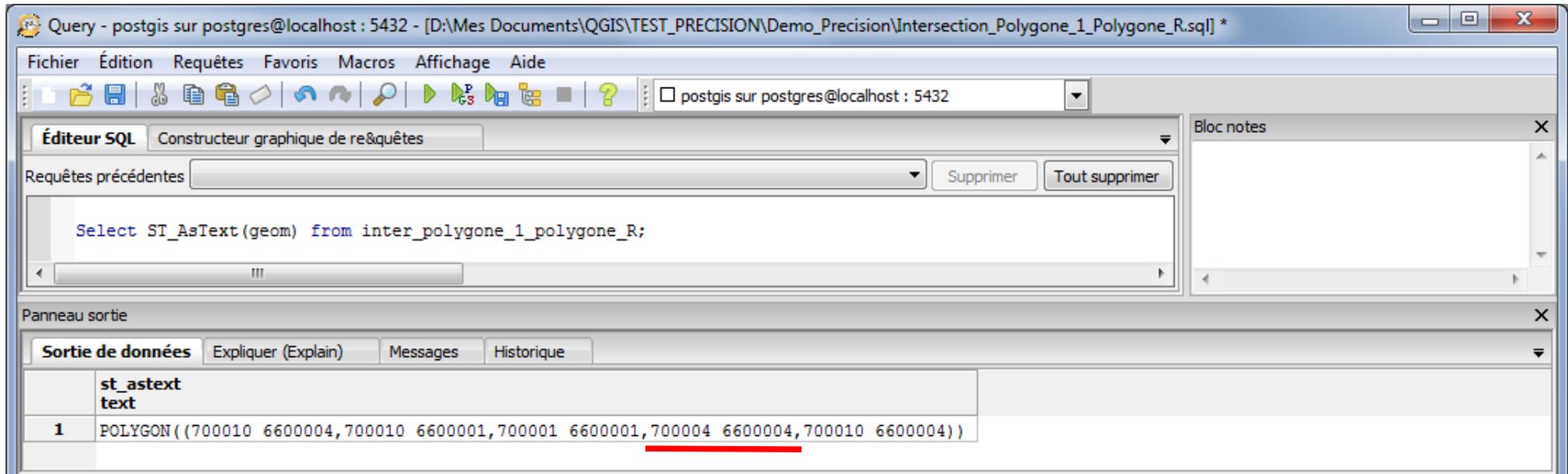
La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans PostGIS (pgAdmin III) :

Création de l'intersection

```
CREATE TABLE Inter_Polygone_1_Polygone_R (geom geometry);  
UPDATE Inter_Polygone_1_Polygone_R SET geom = ST_SetSRID(geom, 2154);  
INSERT INTO Inter_Polygone_1_Polygone_R  
Select ST_Intersection(polygone_1.geom,polygone_r.geom) from polygone_1,polygone_r;
```

Pour afficher l'intersection en WKT : `Select ST_AsText(geom) from inter_polygone_1_polygone_R;`



The screenshot shows the pgAdmin III interface. The SQL editor contains the query: `Select ST_AsText(geom) from inter_polygone_1_polygone_R;`. The 'Sortie de données' (Data Output) pane shows the result:

	st_astext text
1	POLYGON((700010 6600004,700010 6600001,700001 6600001,700004 6600004,700010 6600004))

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans JTS Topology Suite (JTS TestBuilder):

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface with two overlapping polygons: a red rectangle and a blue triangle. The intersection matrix and binary predicates are displayed on the left.

Intersection Matrix	
AB	212101212
BA	212101212
B	Int Bdy Ext
Int	2 1 2
A	Bdy 1 0 1
Ext	2 1 2

Binary Predicates		
	AB	BA
Equals	F	F
Disjoint	F	F
Intersects	T	T
Touches	F	F
Crosses	F	F
Within	F	F
Contains	F	F
Overlaps	T	T
Covers	F	F
CoveredBy	F	F

Input A: POLYGON ((700010 6600010, 700010 6600000, 700000 6600000, 700010 6600010))
Input B: POLYGON ((699999 6600001, 699999 6600004, 700011 6600004, 700011 6600001, 699999 6600001))

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface with the same two overlapping polygons. The 'Overlay' menu is open, and the 'Intersection' option is selected. The result is a yellow polygon representing the intersection of the two input polygons. Performance metrics are shown at the bottom.

Overlay.intersection(Polygon) **63 ms** Used: 11.41 MB Total: 72.0 MB

Result: POLYGON ((700010 6600004, 700010 6600001, 700001 6600001, 700004 6600004, 700010 6600004))

La précision dans les SIG non topologiques

L'intersection est incluse dans chacun des 2 polygones :

Select

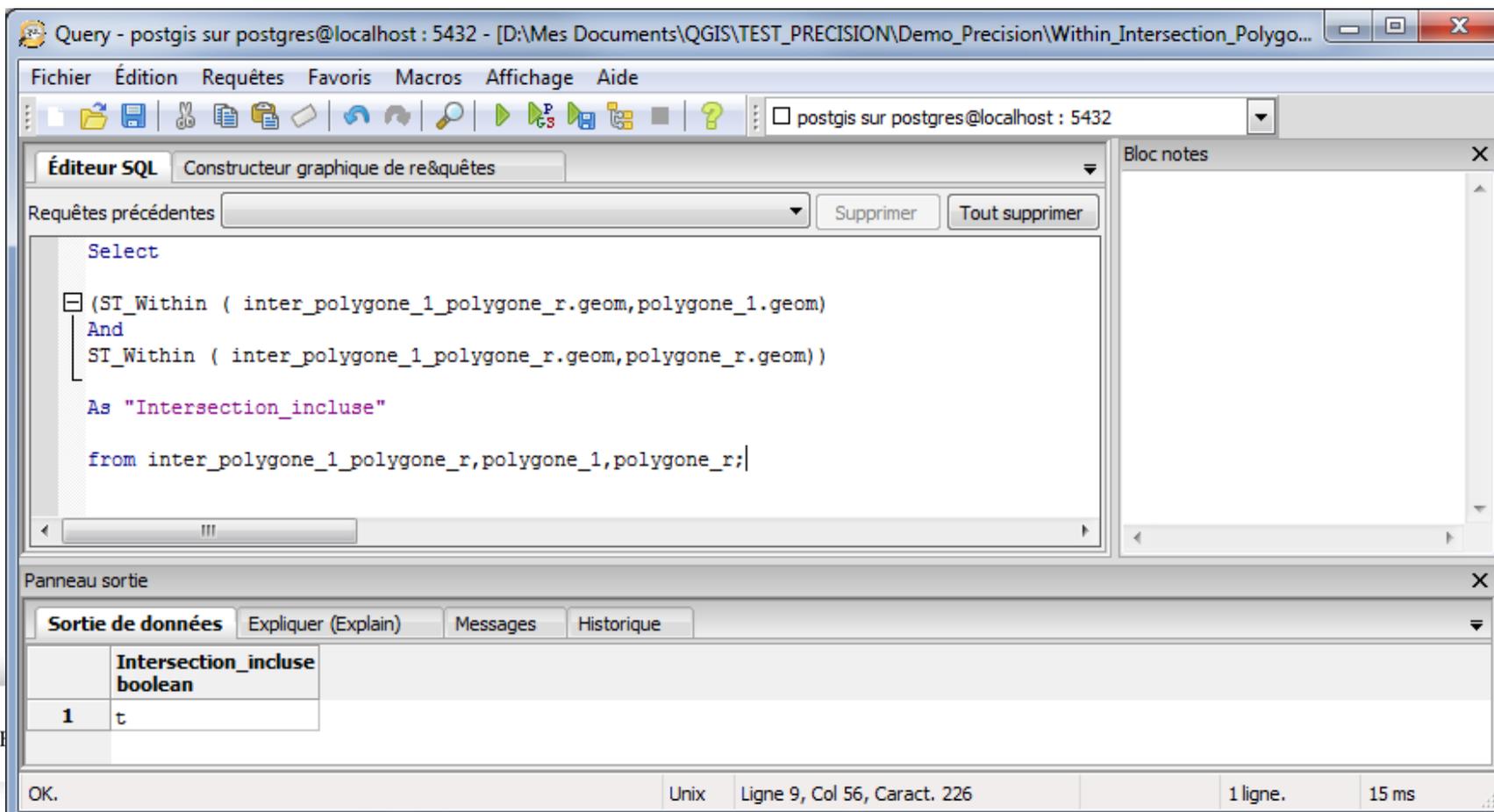
```
(ST_Within ( inter_polygone_1_polygone_r.geom,polygone_1.geom)
```

And

```
ST_Within ( inter_polygone_1_polygone_r.geom,polygone_r.geom))
```

As "Intersection_incluse"

```
from inter_polygone_1_polygone_r,polygone_1,polygone_r;
```



The screenshot shows a PostgreSQL query editor window titled "Query - postgres sur postgres@localhost : 5432 - [D:\Mes Documents\QGIS\TEST_PRECISION\Demo_Precision\Within_Intersection_Polygo...". The editor contains the following SQL query:

```
Select
(ST_Within ( inter_polygone_1_polygone_r.geom,polygone_1.geom)
And
ST_Within ( inter_polygone_1_polygone_r.geom,polygone_r.geom))
As "Intersection_incluse"
from inter_polygone_1_polygone_r,polygone_1,polygone_r;
```

The "Panneau sortie" (Output Panel) at the bottom shows the results of the query:

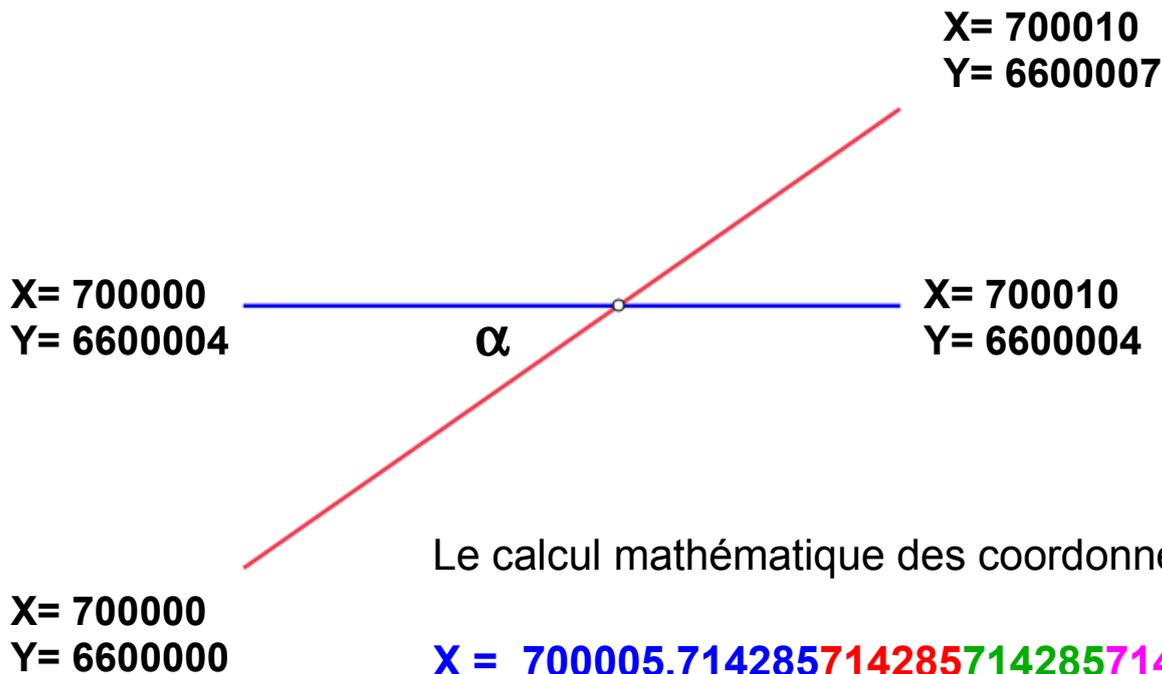
	Intersection_incluse boolean
1	t

The status bar at the bottom indicates "OK.", "Unix", "Ligne 9, Col 56, Caract. 226", "1 ligne.", and "15 ms".

La précision dans les SIG non topologiques

2 exemples illustrant le problème de précision

1) Construisons l'intersection géométrique des 2 polygones ci-dessous :



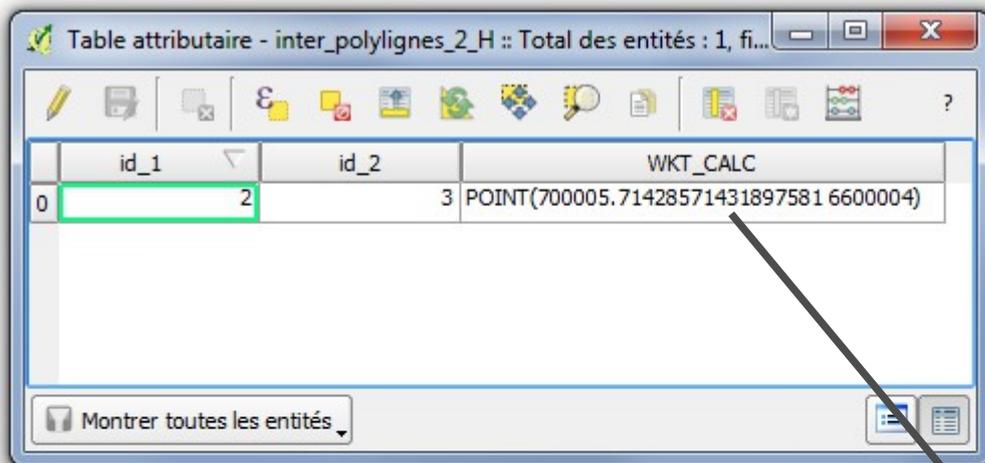
Le calcul mathématique des coordonnées (réelles) du point d'intersection donne :

$$X = 700005.714285714285714285714285714285... \quad (\text{tg } \alpha = 7/10)$$
$$Y = 6600004$$

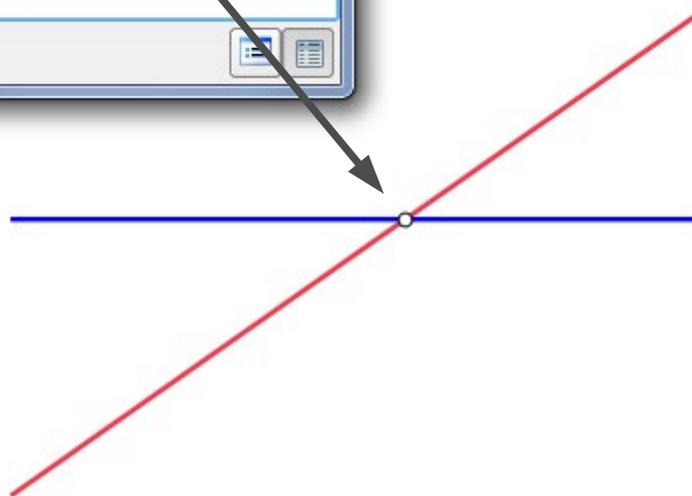
La partie décimale est un nombre rationnel ($5/7$) à décimales périodiques et infinies.

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans QGIS : champ WKT_CALC calculé : geomToWKT(\$geometry)



	id_1	id_2	WKT_CALC
0	2	3	POINT(700005.71428571431897581 6600004)

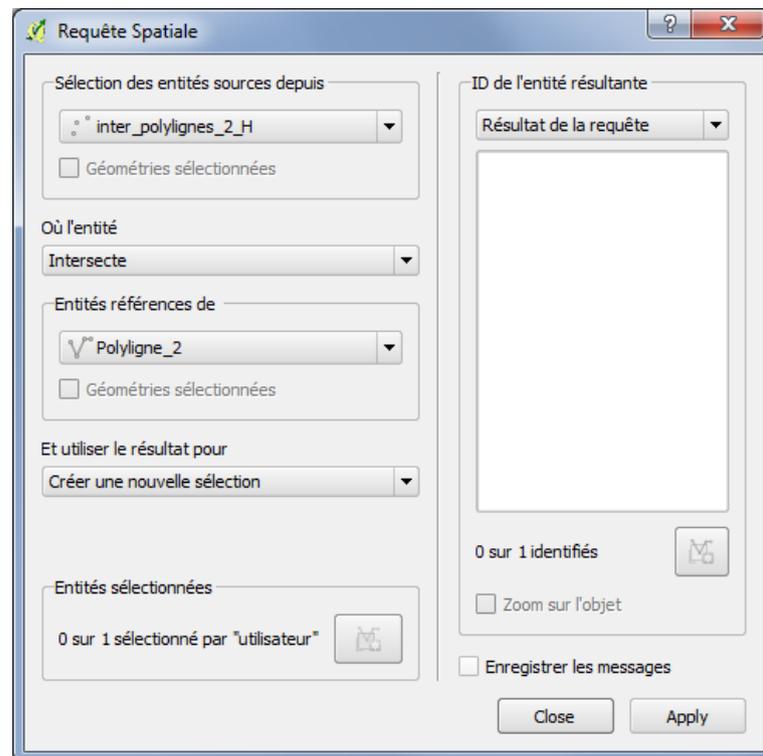
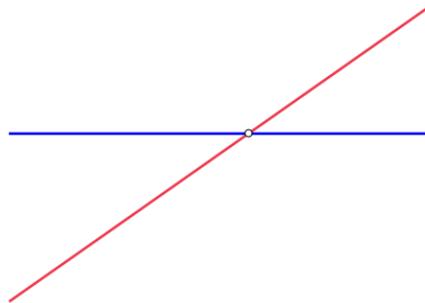
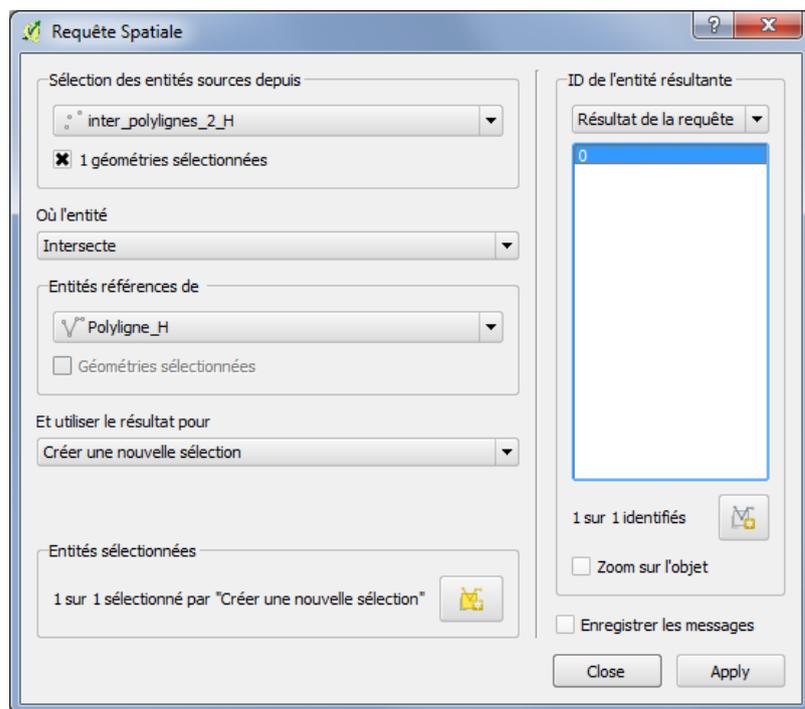


X = 700005.71428571431897581
Y = 6600004

La partie décimale dérive à partir de la 10ème décimale.
Le point d'intersection créé est situé un peu à l'Est de la ligne rouge

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans QGIS :

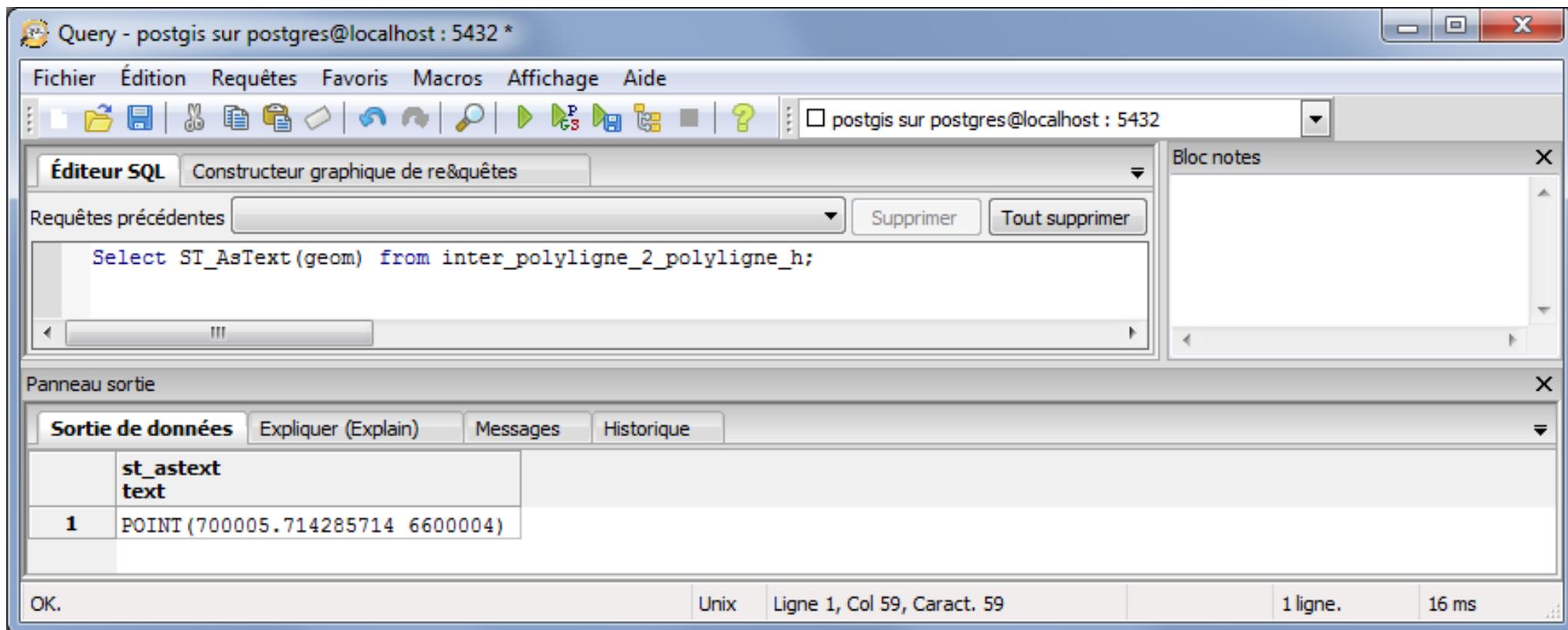


**Le point d'intersection est bien
situé sur la ligne horizontale
(la coordonnée Y le confirme)**

**Mais il n'est pas sur la ligne oblique
(la coordonnée X le montre)**

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans PostGIS (pgAdmin III) :



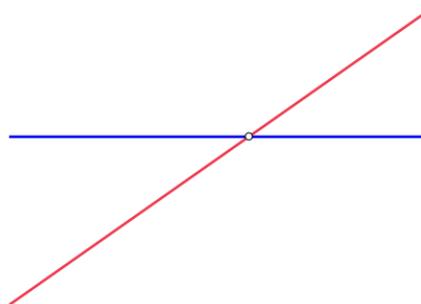
The screenshot shows the pgAdmin III interface. The SQL editor contains the query: `Select ST_AsText(geom) from inter_polyligne_2_polyligne_h;`. The output pane shows a single row with the result: `POINT(700005.714285714 6600004)`. The status bar at the bottom indicates the cursor is at line 1, column 59, character 59, and the query executed in 16 ms.

	st_astext text
1	POINT(700005.714285714 6600004)

Les décimales de la coordonnée X affichées sont identiques, mais...

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans PostGIS (pgAdmin III) :



Éditeur SQL Constructeur graphique de requêtes

Requêtes précédentes Supprimer Tout supprimer

```
Select  
ST_Within ( inter_polyligne_2_polyligne_h.geom,polyligne_h.geom)  
from inter_polyligne_2_polyligne_h,polyligne_h ;
```

Panneau sortie

Sortie de données Expliquer (Explain) Messages Historique

	st_within boolean
1	t

**Le point d'intersection est bien
situé sur la ligne horizontale**

Éditeur SQL Constructeur graphique de requêtes

Requêtes précédentes Supprimer Tout supprimer

```
Select  
ST_Within ( inter_polyligne_2_polyligne_h.geom,polyligne_2.geom)  
from inter_polyligne_2_polyligne_h,polyligne_2 ;
```

Panneau sortie

Sortie de données Expliquer (Explain) Messages Historique

	st_within boolean
1	f

Mais il n'est pas sur la ligne oblique

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans JTS Topology Suite (JTS TestBuilder):

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface with the 'Run' button pressed. The Intersection Matrix and Binary Predicates are displayed as follows:

Intersection Matrix		
AB	0F1FF0102	
BA	0F1FF0102	
Binary Predicates		
	AB	BA
Equals	F	F
Disjoint	F	F
Intersects	T	T
Touches	F	F
Crosses	T	T
Within	F	F
Contains	F	F
Overlaps	F	F
Covers	F	F
CoveredBy	F	F

The status bar shows: Case 1 of 1, PM: Floating, 700009,2, 6600003,1.

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface with the 'Compute' button pressed. The results are displayed as follows:

Stats	Cases	Value	Time	Memory
	Overlay.intersection(LineString)		16 ms	Used: 9.84 MB Total: 66.0 MB
Log	Input	POINT (700005.7142857143 6600004)		
Log	Result			
Layers	Value			

The status bar shows: Case 1 of 1, PM: Floating, 700010, 6600007,5.

La dixième décimale de X est arrondie à 3, mais...

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans JTS Topology Suite (JTS TestBuilder):

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface. The main canvas displays a horizontal red line and a blue point. The 'Binary Predicates' table is as follows:

	AB	BA
Equals	F	F
Disjoint	F	F
Intersects	T	T
Touches	F	F
Crosses	F	F
Within	T	F
Contains	F	F
Overlaps	F	F
Covers	F	T
CoveredBy	T	F

The 'Within' predicate is circled in blue. The status bar at the bottom shows 'Case 2 of 2', 'PM: Floating', and coordinates '700001,8, 6600010,1'.

Le point d'intersection est bien situé sur la ligne horizontale

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface. The main canvas displays a diagonal red line and a blue point. The 'Binary Predicates' table is as follows:

	AB	BA
Equals	F	F
Disjoint	T	T
Intersects	F	F
Touches	F	F
Crosses	F	F
Within	F	F
Contains	F	F
Overlaps	F	F
Covers	F	F
CoveredBy	F	F

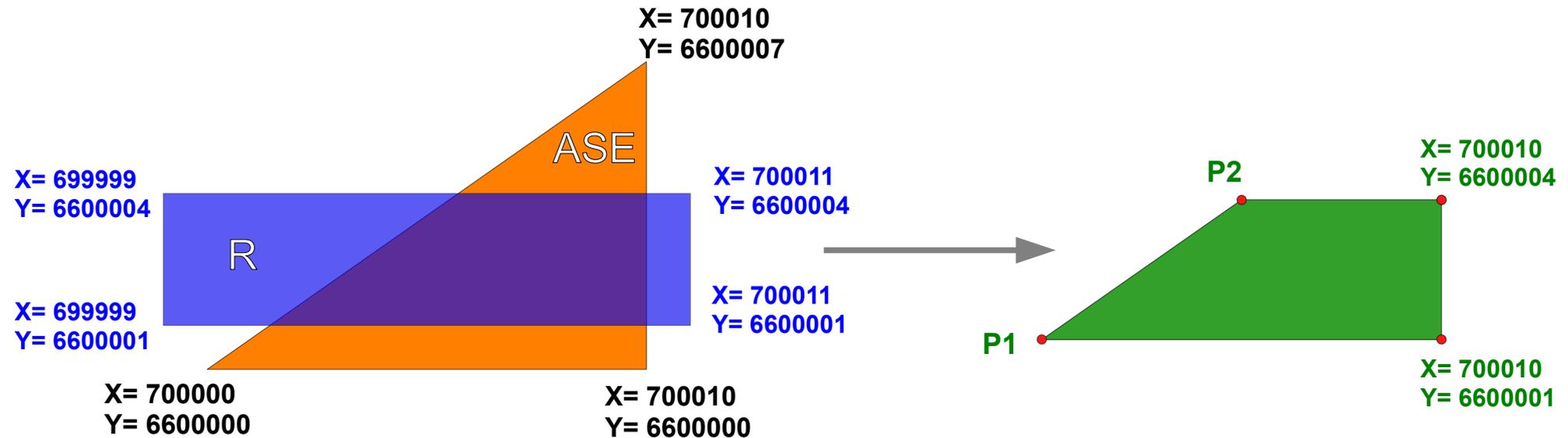
The 'Within' predicate is circled in red. The status bar at the bottom shows 'Case 2 of 2', 'PM: Floating', and coordinates '700001,9, 6600009,7'.

Mais il n'est pas sur la ligne oblique

La précision dans les SIG non topologiques

2 exemples illustrant le problème de précision

2) Construisons l'intersection géométrique des 2 polygones ci-dessous :



Le calcul mathématique des coordonnées (réelles) des points d'intersection sur le côté oblique donne :

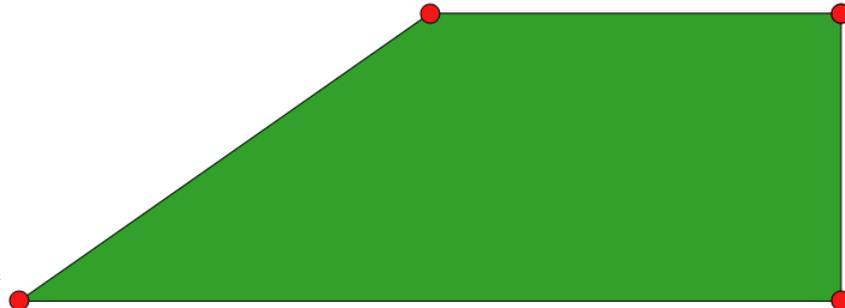
P1 $X = 700001.428571428571428571428571428571...$
 $Y = 6600001$

P2 $X = 700005.714285714285714285714285714285...$
 $Y = 6600004$

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans QGIS : Champ WKT_CALC calculé : geomToWKT(\$geometry)

```
WKT_INTER  
POLYGON((700010 6600004,700010 6600001,700001.42857142852153629 6600001,700005.71428571431897581 6600004,700010 6600004))
```



P1 X = 700001.42857142852153629
Y = 6600001

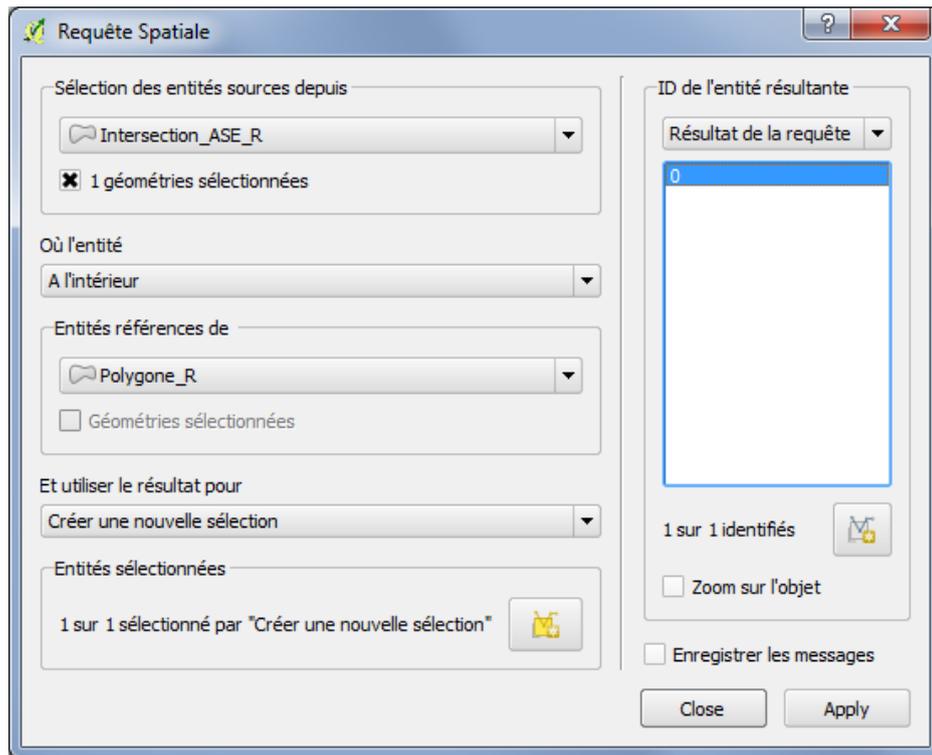
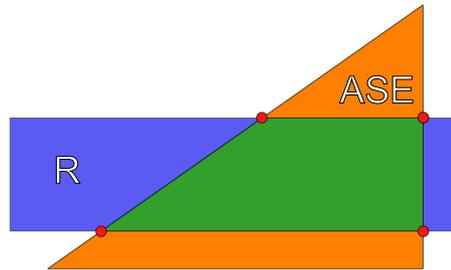
P1 est situé un peu à l'Ouest du bord oblique

P2 X = 700005.71428571431897581
Y = 6600004

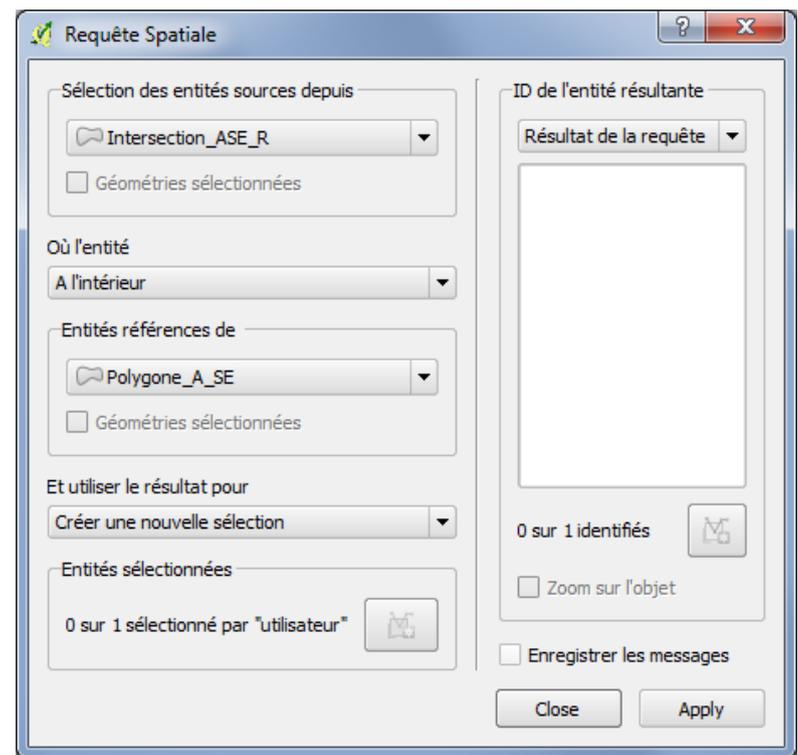
P2 est situé un peu à l'Est du bord oblique

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans QGIS :



L'intersection est bien entièrement incluse dans le polygone R



Mais elle n'est pas entièrement incluse dans le polygone ASE

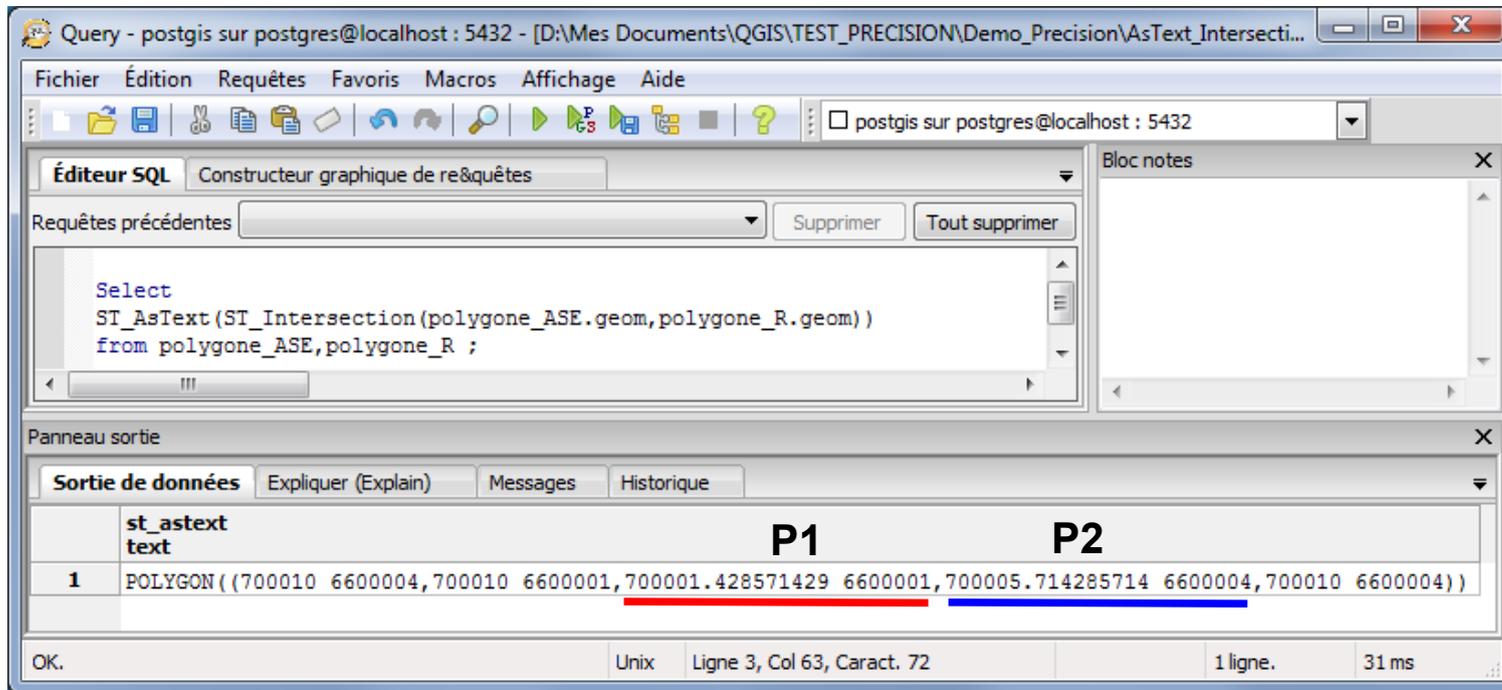
La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans PostGIS (pgAdmin III) :

Création de l'intersection

```
CREATE TABLE Inter_Polygone_ASE_Polygone_R (geom geometry);  
UPDATE Inter_Polygone_ASE_Polygone_R SET geom = ST_SetSRID(geom, 2154);  
INSERT INTO Inter_Polygone_ASE_Polygone_R  
Select ST_Intersection(polygone_ASE.geom,polygone_r.geom) from polygone_ASE,polygone_r;
```

Pour afficher l'intersection en WKT : `Select ST_AsText(geom) from inter_polygone_ASE_polygone_R;`



The screenshot shows the pgAdmin III interface. The SQL editor contains the following query:

```
Select  
ST_AsText(ST_Intersection(polygone_ASE.geom,polygone_R.geom))  
from polygone_ASE,polygone_R ;
```

The 'Sortie de données' (Data Output) pane shows the result of the query:

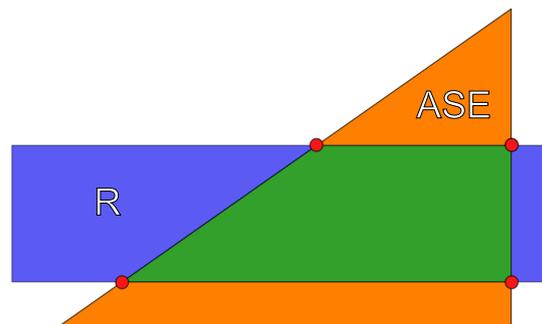
	st_astext
1	POLYGON((700010 6600004,700010 6600001,700001.428571429 6600001,700005.714285714 6600004,700010 6600004))

The result shows a single row with a WKT polygon. The coordinates are: (700010 6600004, 700010 6600001, 700001.428571429 6600001, 700005.714285714 6600004, 700010 6600004). The first two points are labeled P1 and P2 in the original image.

Les décimales des coordonnées X affichées sont identiques ou bien arrondies, mais...

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans PostGIS (pgAdmin III) :



Éditeur SQL Constructeur graphique de re&quêtes

Requêtes précédentes Supprimer Tout supprimer

```
Select  
ST_Within (inter_polygone_ase_polygone_r.geom,polygone_r.geom)  
from inter_polygone_ase_polygone_r,polygone_r;
```

Panneau sortie

Sortie de données Expliquer (Explain) Messages Historique

	st_within boolean
1	t

L'intersection est bien entièrement incluse dans le polygone R

Éditeur SQL Constructeur graphique de re&quêtes

Requêtes précédentes Supprimer Tout supprimer

```
Select  
ST_Within ( inter_polygone_ase_polygone_r.geom,polygone_ase.geom)  
from inter_polygone_ase_polygone_r,polygone_ase;
```

Panneau sortie

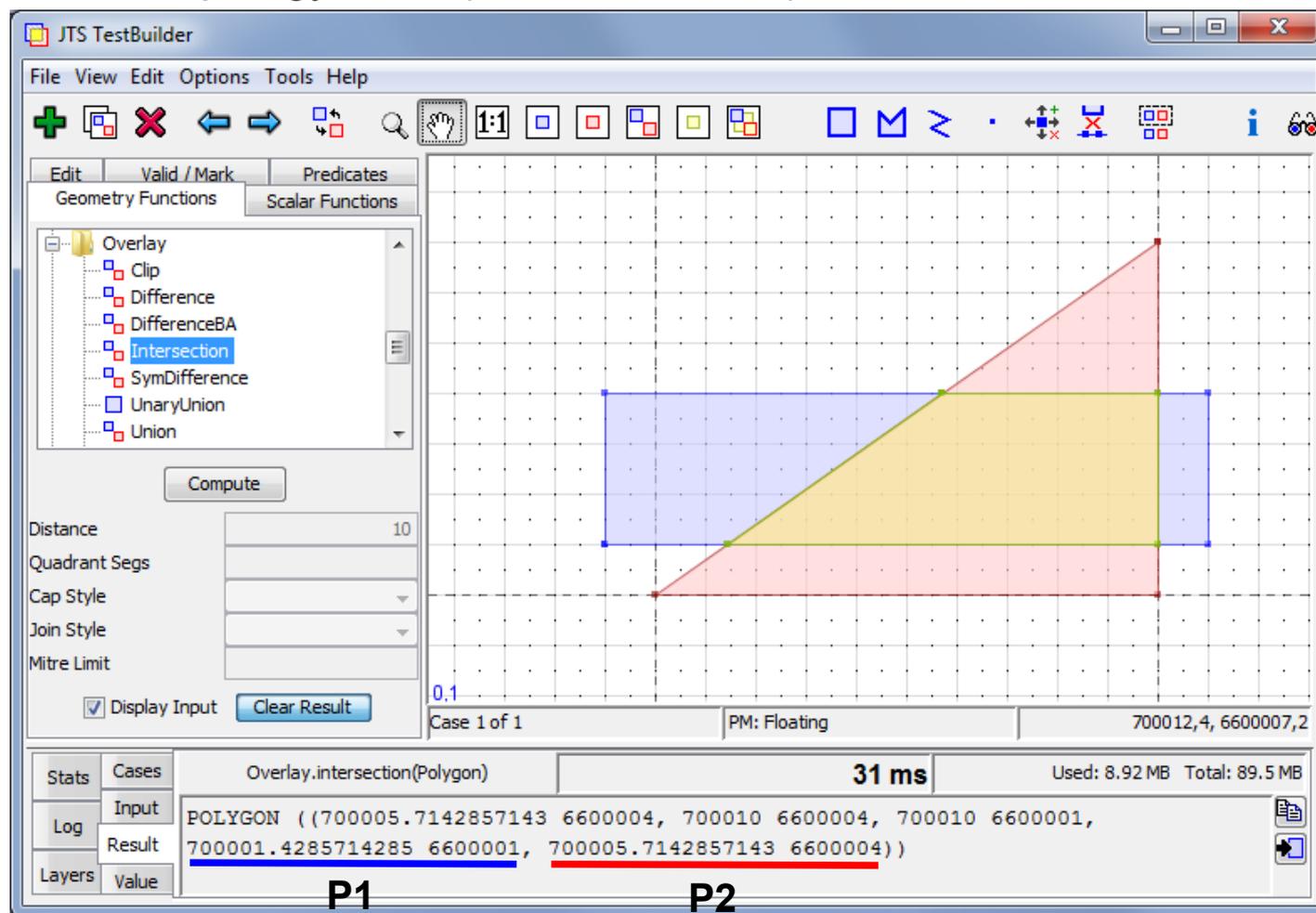
Sortie de données Expliquer (Explain) Messages Historique

	st_within boolean
1	f

Mais elle n'est pas entièrement incluse dans le polygone ASE

La précision dans les SIG non topologiques

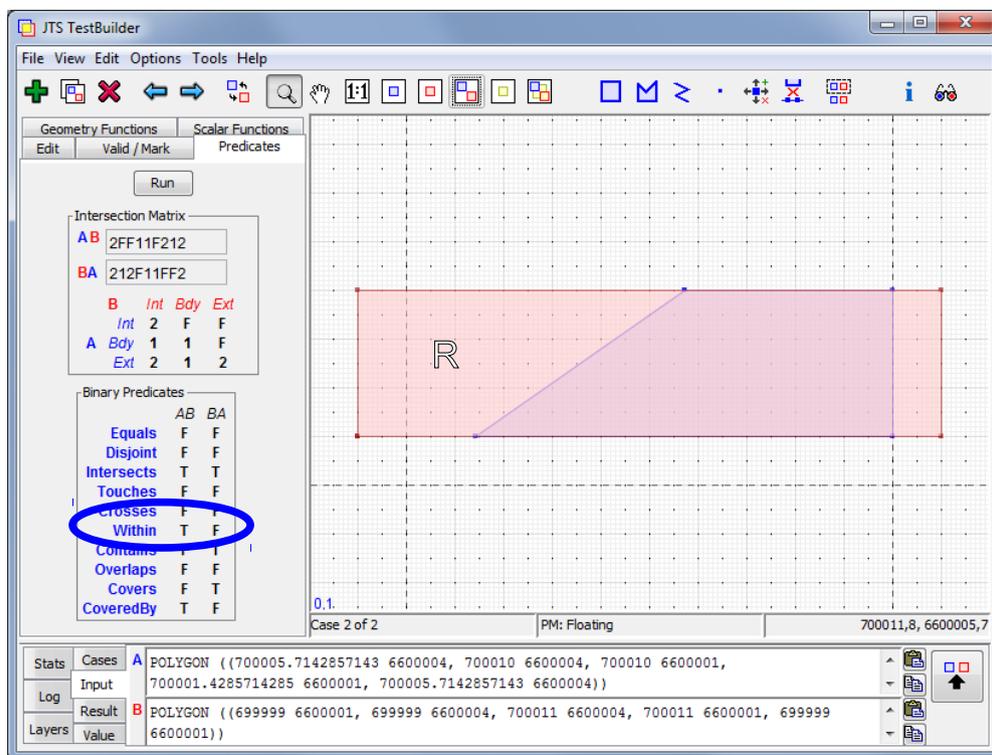
Résultat dans JTS Topology Suite (JTS TestBuilder):



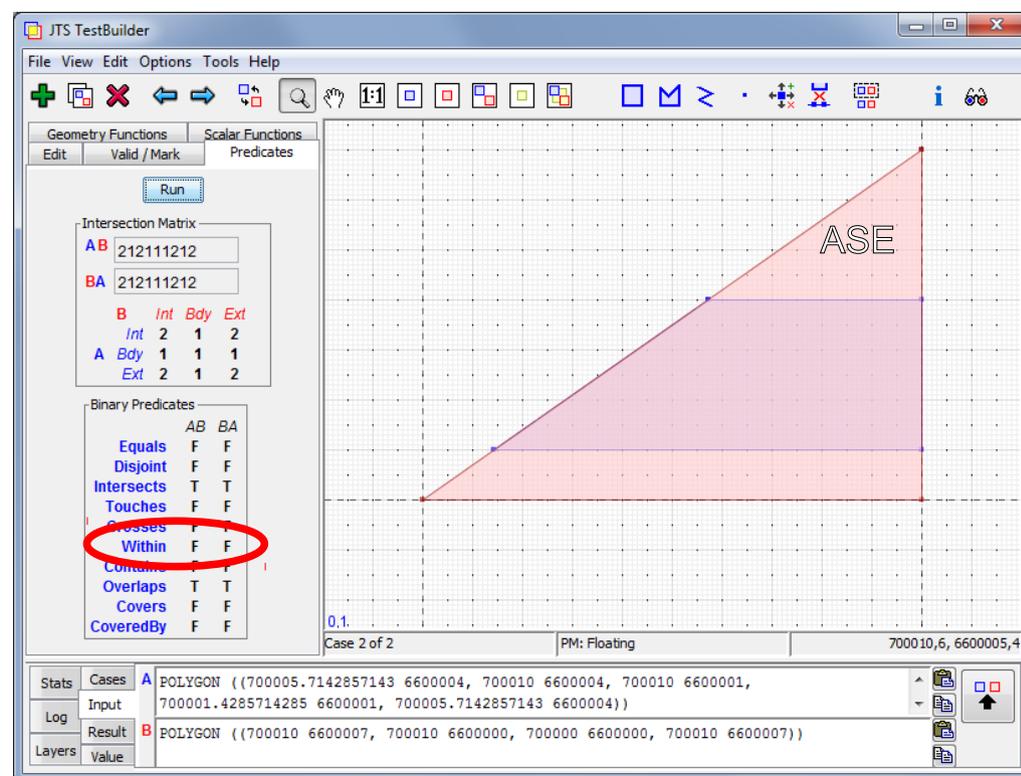
Les décimales de la coordonnée X du point P1 divergent à partir de la 10ème, et...

La précision dans les SIG non topologiques

Résultat dans JTS Topology Suite (JTS TestBuilder):



L'intersection est bien entièrement incluse dans le polygone R



Mais elle n'est pas entièrement incluse dans le polygone ASE

La précision dans les SIG non topologiques

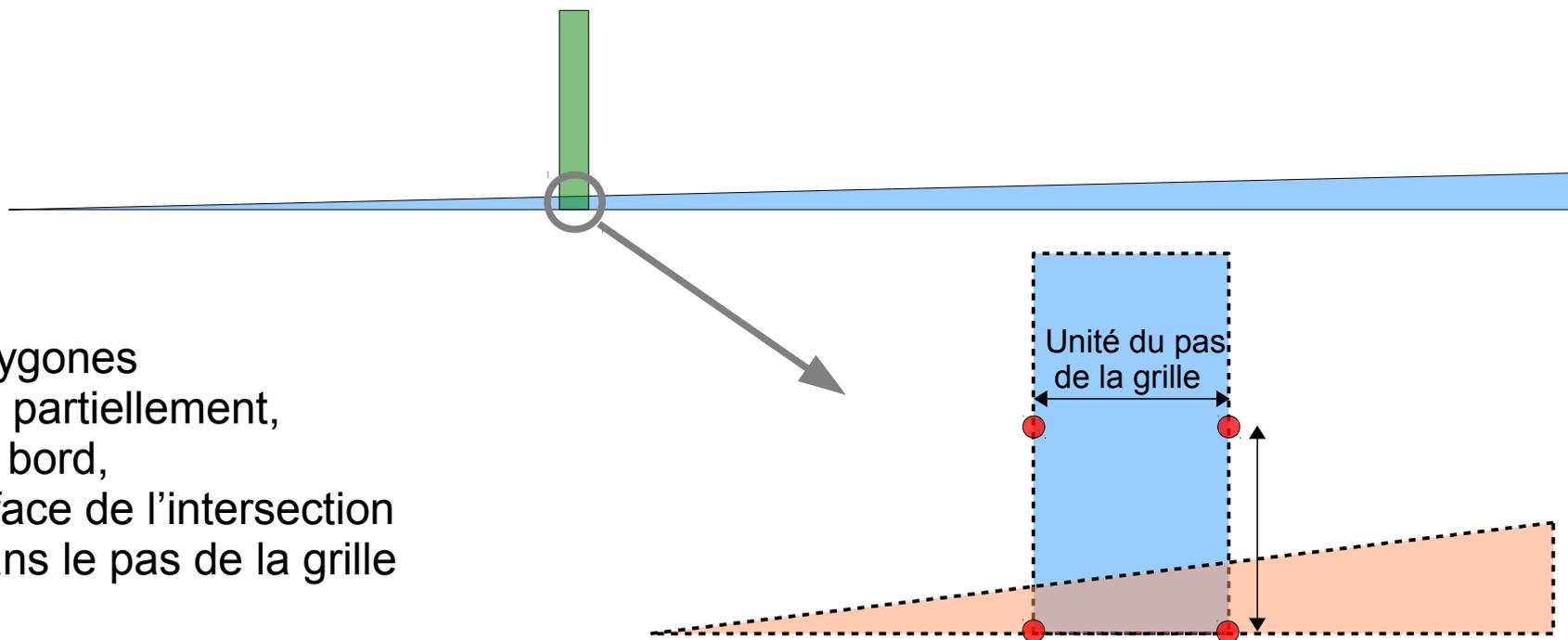
L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

L'intersection de 2 polygones doit être topologiquement un polygone.

Elle n'est pas toujours contenue dans chacun des polygones (exemples précédents)

Mais les arrondis de calcul liés à la limitation du nombre de décimales stockées en mémoire créent des effets de bords dans les algorithmes de calcul géométrique.

Les intersections créées peuvent subir un effondrement dimensionnel et devenir une polyligne ou même un point.



- 1) Cas de 2 polygones se recouvrant partiellement, jointifs par un bord, et dont la surface de l'intersection est incluse dans le pas de la grille

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Dans JTS Topology Suite (JTS TestBuilder), vérifions que les 2 polygones se chevauchent :

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface. On the left, the 'Intersection Matrix' section displays the following data:

AB	212111212			
BA	212111212			
	B	Int	Bdy	Ext
	Int	2	1	2
	A	Bdy	1	1
	Ext	2	1	2

Below this, the 'Binary Predicates' table shows:

	AB	BA
Equals	F	F
Disjoint	F	F
Intersects	T	T
Touche	F	F
Crosses	F	F
Within	F	F
Contains	F	F
Overlaps	T	T
Covers	F	F
CoveredBy	F	F

The 'Overlaps' predicate is circled in red. The main window shows two overlapping polygons: a vertical blue one and a horizontal red one. The status bar at the bottom indicates 'Case 1 of 1', 'PM: Floating', and coordinates '700001,14, 6600001,17'.

La matrice DE-9IM représentant la relation est :

2 1 2
1 1 1
2 1 2

ou '212111212'

On observe que :

Dim (Int(A) \cap Int(B)) = **2** (surface)

☉ le chevauchement est un polygone

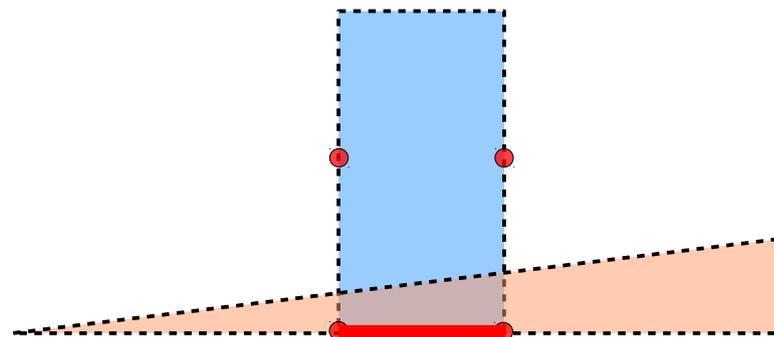
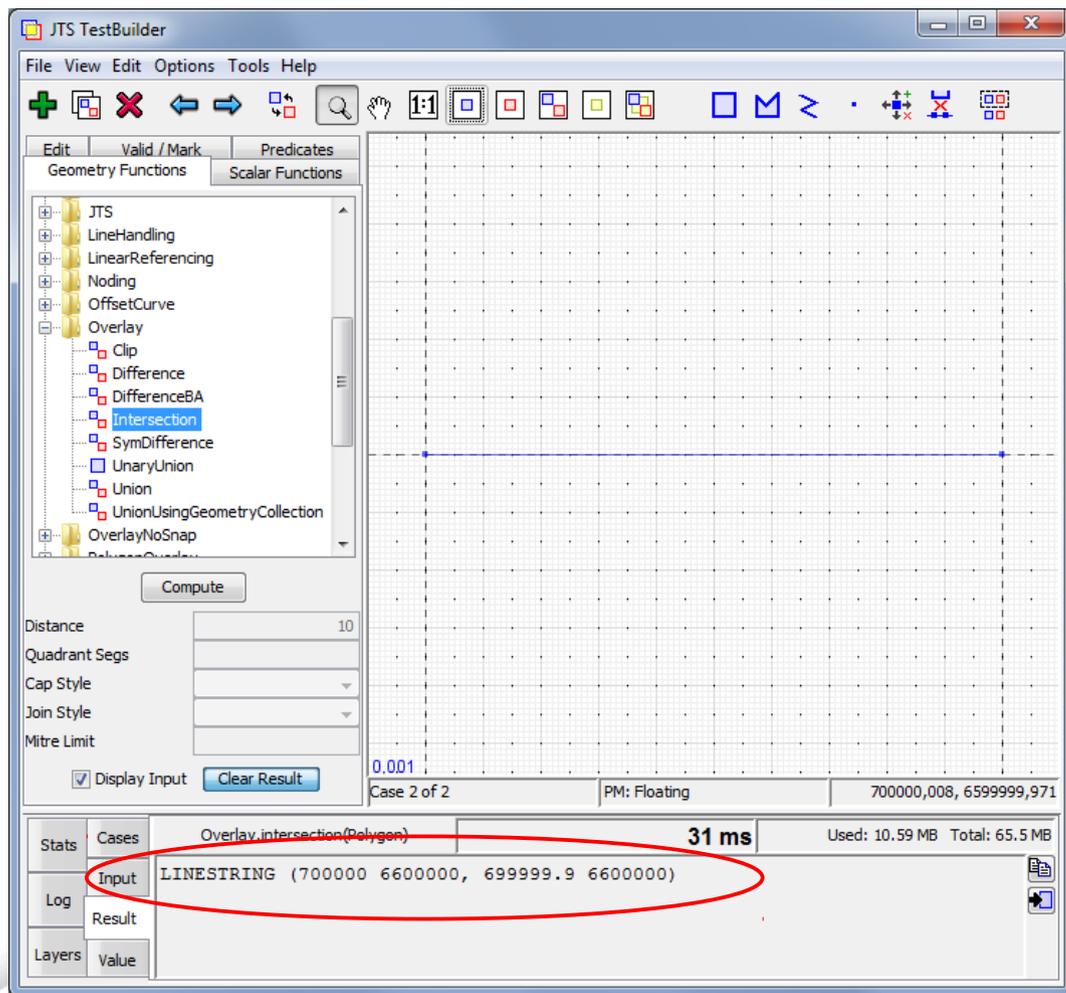
Dim (Lim(A) \cap Lim(B)) = **1** (ligne)

☉ les polygones partagent une partie de limite linéaire

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

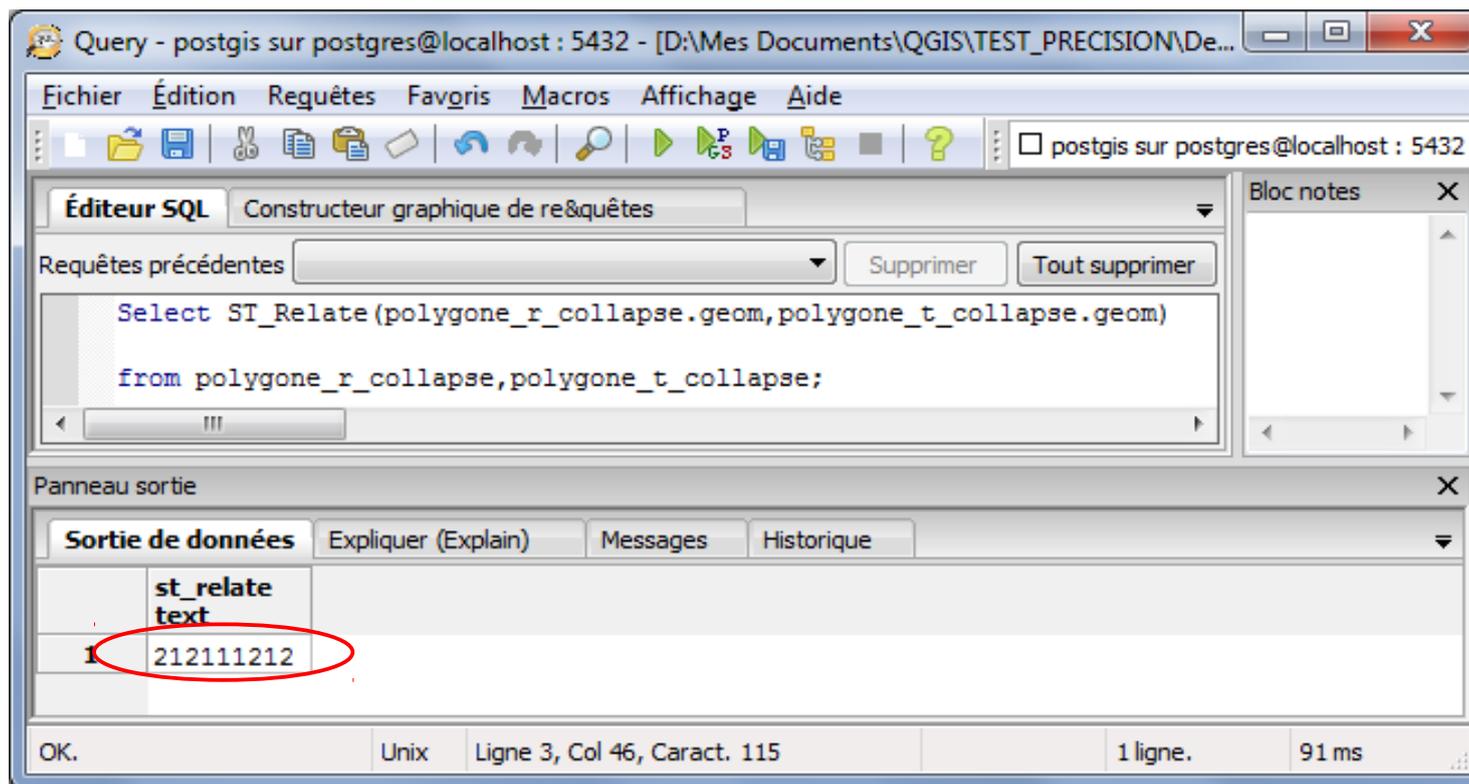
Mais l'intersection créée est une ligne ! :



La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Dans PostGIS, vérifions que les 2 polygones se chevauchent :

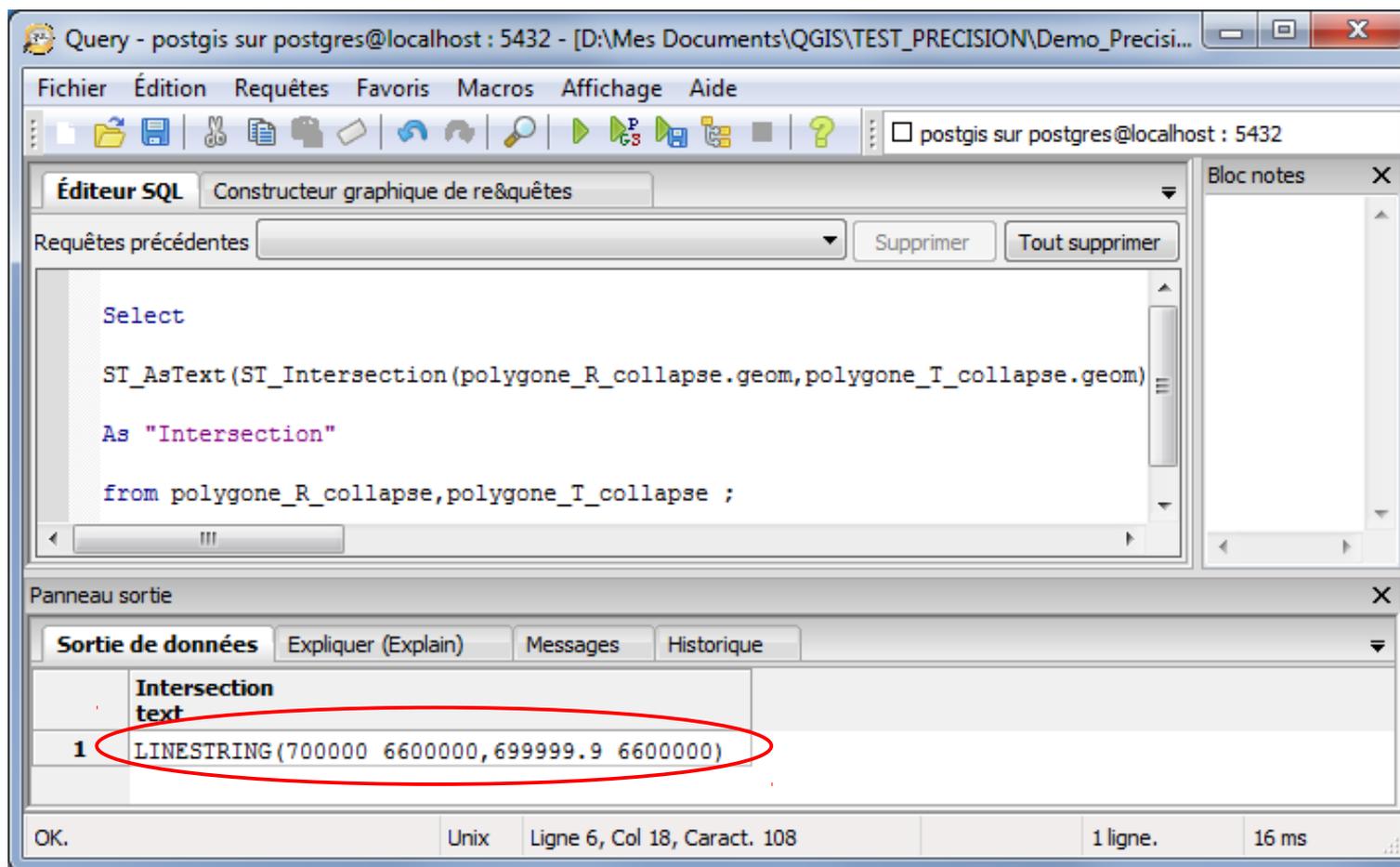


Le résultat de la requête est la même matrice de Clementini '212111212'

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Mais l'intersection créée est une **ligne** ! :



The screenshot shows a PostgreSQL query editor window. The SQL query is:

```
Select  
ST_AsText(ST_Intersection(polygone_R_collapse.geom,polygone_I_collapse.geom)  
As "Intersection"  
from polygone_R_collapse,polygone_I_collapse ;
```

The output pane shows the following result:

	Intersection text
1	LINESTRING(700000 6600000,699999.9 6600000)

The output text is circled in red. The status bar at the bottom indicates: OK. Unix Ligne 6, Col 18, Caract. 108 1 ligne. 16 ms

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Dans QGIS, vérifions que les 2 polygones se chevauchent, en injectant la matrice **212111212** dans le plugin SelectplusFR développé par Christophe Masse :

The screenshot shows the QGIS 2.6.1-Brighton interface. The 'Options des outils' dialog is open, with the 'Sélections' tab selected. The 'Opérateur' dropdown is set to 'Opérateur DE-9IM', and the matrix '212111212' is highlighted in a red circle. The 'Etat des sélections' dialog is also open, showing the results of the selection operation. The table below is a reproduction of the data shown in the 'Etat des sélections' dialog.

Etat des sélections :			
Nombre de couche(s) :			
	1	2	50.0 %
Couche:	Objet(s) Trouvé(s) :	Objets Nbre total :	Pourcentage
Polygone_T_collapse	0	1	0.0 %
Polygone_R_collapse	1	1	100.0 %

The 'Etat des sélections' dialog also shows a table with the following data:

Id Objet	id
2	6

Le résultat de la sélection est
Le polygone R_collapse

La relation est vérifiée,
Les polygones se chevauchent
Ils partagent donc une partie
de leurs intérieurs (surface)

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Mais la construction de l'intersection donne un résultat étonnant :

The screenshot shows the QGIS 2.6.1-Brighton interface. On the left, the 'Couches' (Layers) panel is highlighted with a red box, showing three layers: 'Inter_collapse' (red), 'Polygone_R_collapse' (blue), and 'Polygone_T_collapse' (green). The main canvas displays a vertical blue rectangle. A text box in the center of the canvas reads 'L'intersection est un *polygone*'. Overlaid on the canvas is a 'Table attributaire - Inter_collapse' window. The table has two columns, 'id' and 'id_2', which are circled in red. Below the table, the text 'Mais aucune entité n'a été créée' is written in red. The status bar at the bottom shows the coordinate '699999.277,6600000.201' and the scale '1:7'.

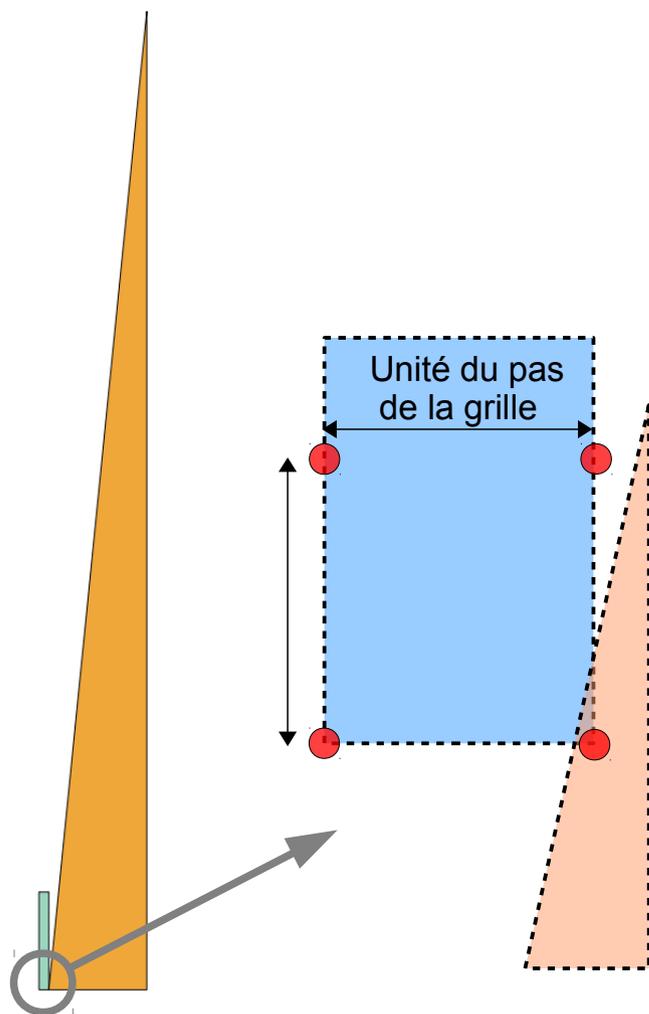
L'intersection est un *polygone*

id	id_2
----	------

Mais aucune entité n'a été créée

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

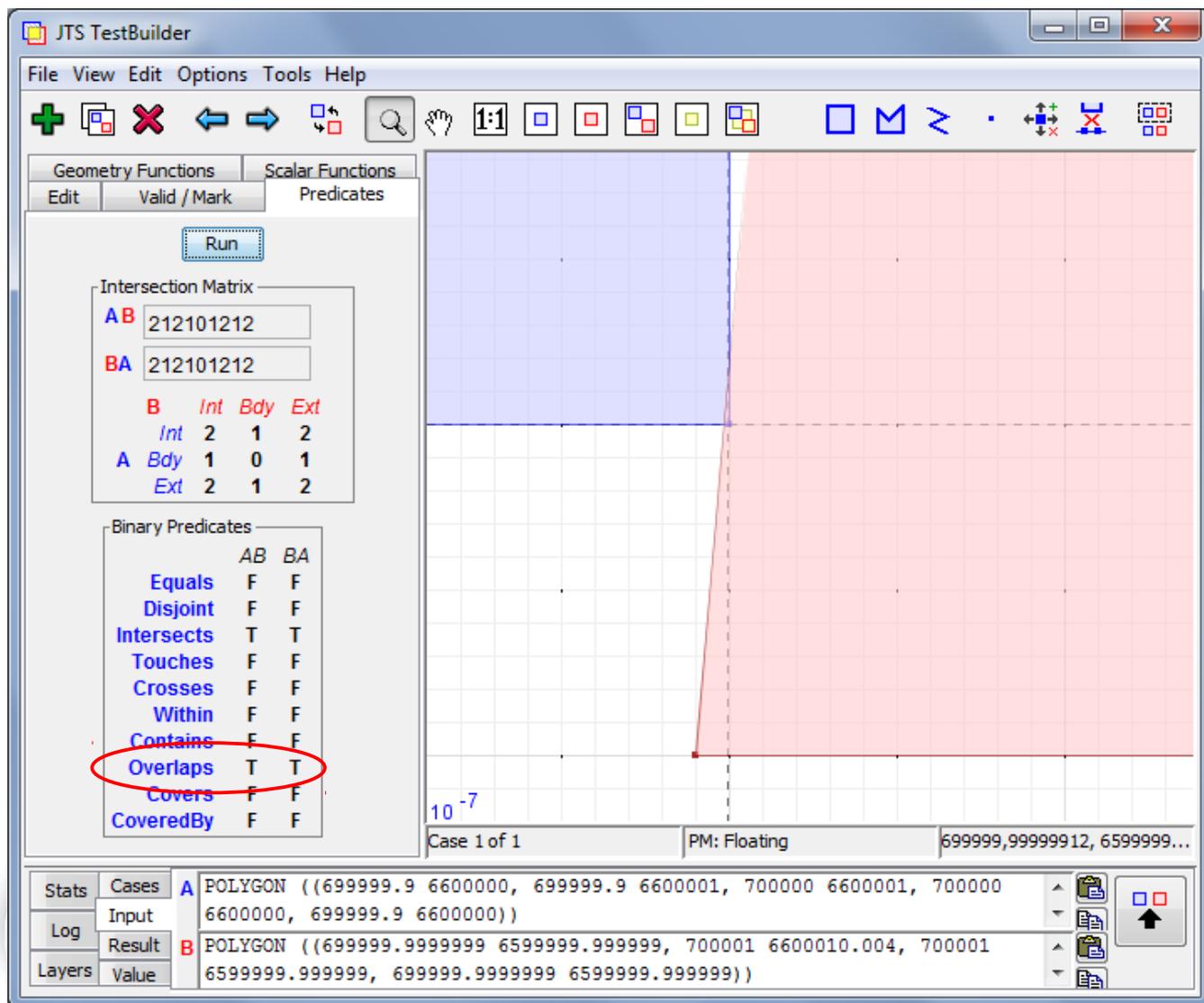


- 2) Cas de 2 polygones se recouvrant partiellement et dont la surface de l'intersection est incluse dans le pas de la grille

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Dans JTS Topology Suite (JTS TestBuilder), vérifions que les 2 polygones se chevauchent :



La matrice DE-9IM
représentant la relation est :

$$\begin{matrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{matrix}$$

ou **212101212**

On observe que :

Dim (Int(A) \cap Int(B)) = **2** (surface)

☉ le chevauchement est un polygone

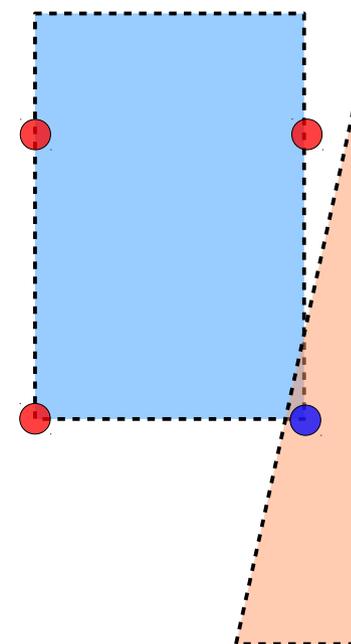
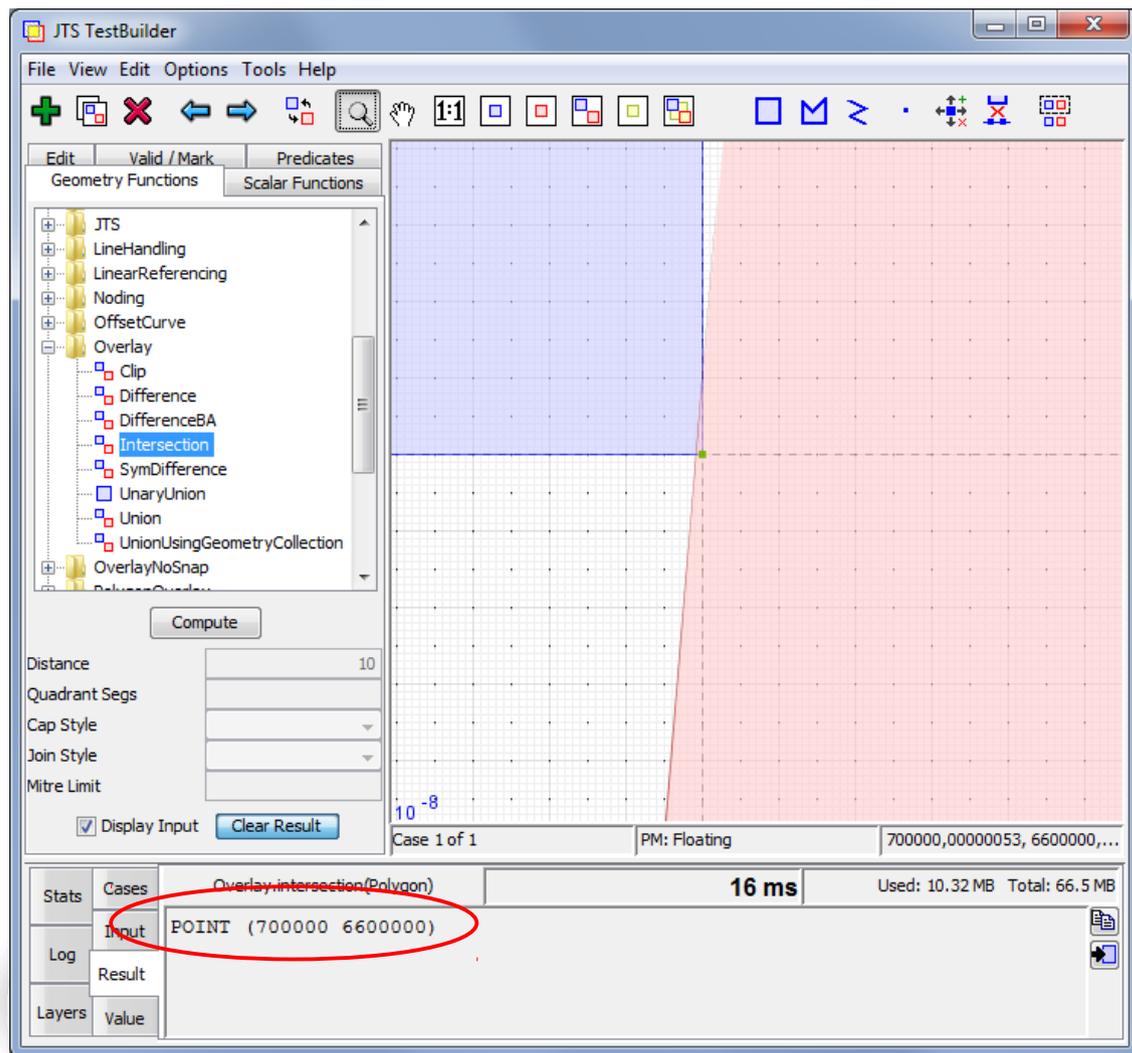
Dim (Lim(A) \cap Lim(B)) = **0** (point)

☉ les limites des polygones se croisent en deux points

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Mais l'intersection créée est un point ! :

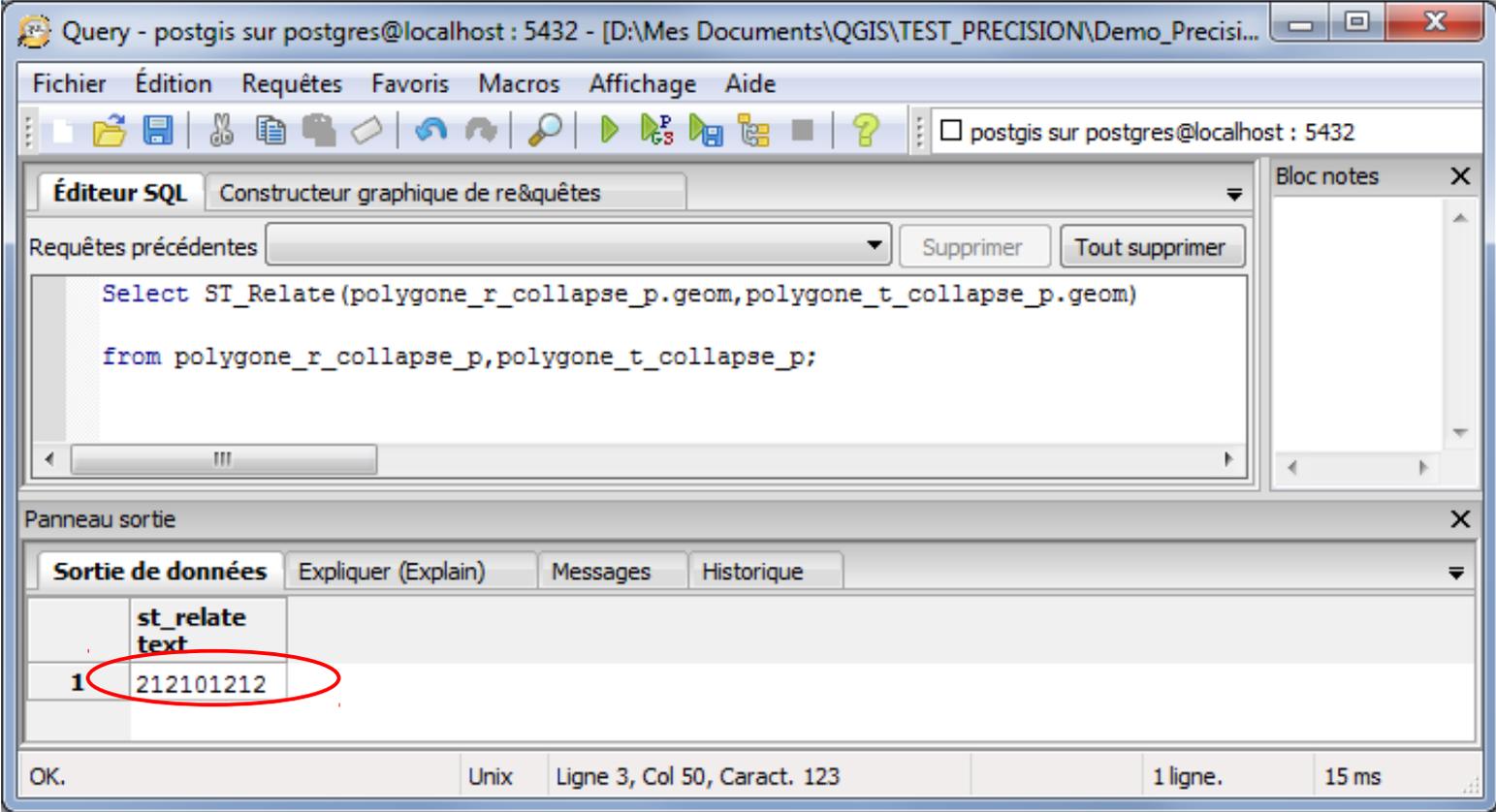


E DU LOGEMENT, DE L'ÉGALITÉ DES TERRITOIRES ET DE LA RURALITÉ

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Dans PostGIS, vérifions que les 2 polygones se chevauchent :



The screenshot shows the PostgreSQL Query Editor interface. The SQL query is:

```
Select ST_Relate(polygone_r_collapse_p.geom,polygone_t_collapse_p.geom)
from polygone_r_collapse_p,polygone_t_collapse_p;
```

The result is displayed in the 'Sortie de données' (Data Output) pane:

	st_relate
1	212101212

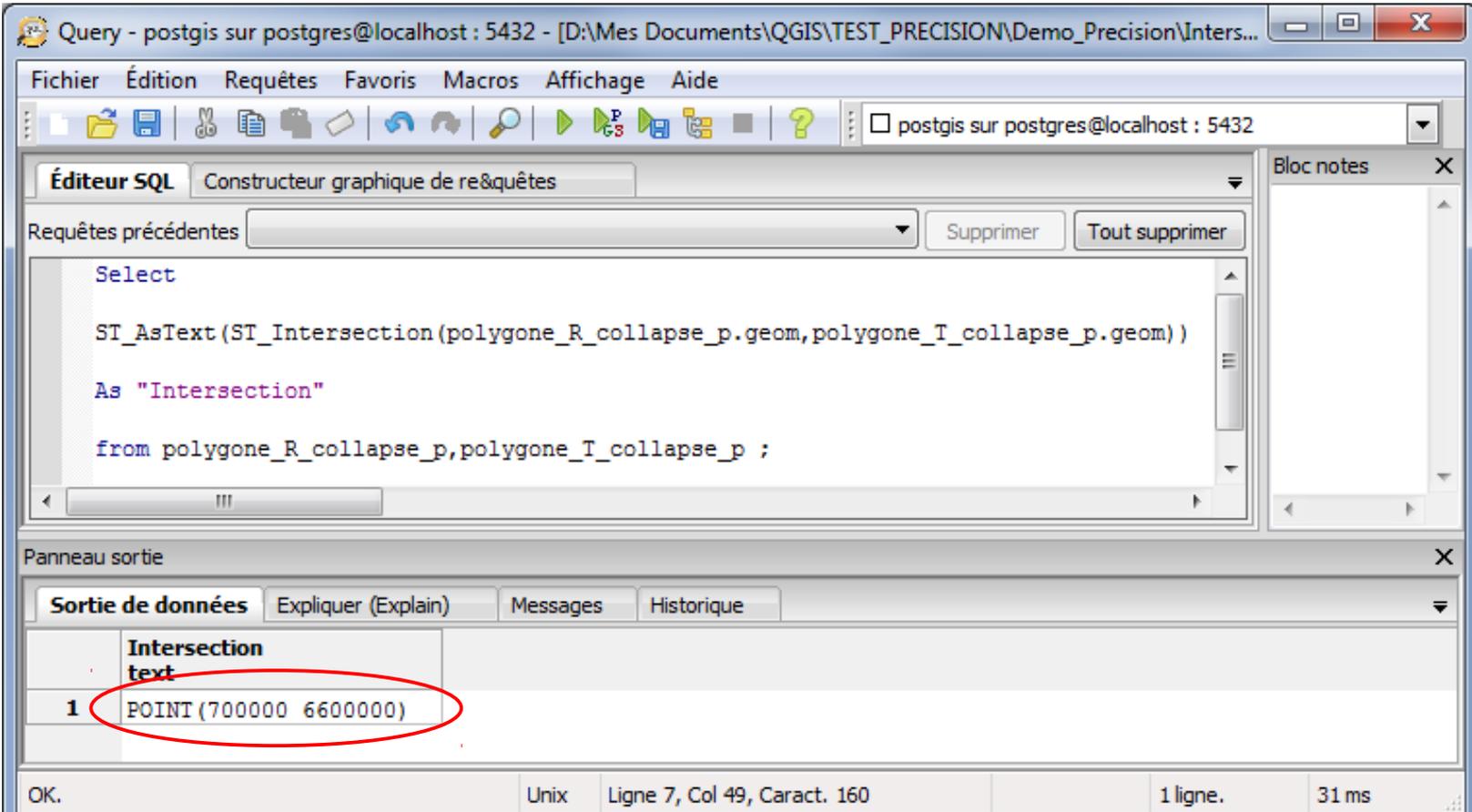
The value '212101212' is circled in red. The status bar at the bottom indicates 'Ligne 3, Col 50, Caract. 123' and '1 ligne. 15 ms'.

Le résultat de la requête est la même matrice de Clementini **'212101212'**

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Mais l'intersection créée est un point ! :



The screenshot shows a PostgreSQL query editor window titled "Query - postgis sur postgres@localhost : 5432". The SQL editor contains the following query:

```
Select  
ST_AsText(ST_Intersection(polygone_R_collapse_p.geom,polygone_I_collapse_p.geom))  
As "Intersection"  
from polygone_R_collapse_p,polygone_I_collapse_p ;
```

The "Panneau sortie" (Output Panel) shows the result of the query:

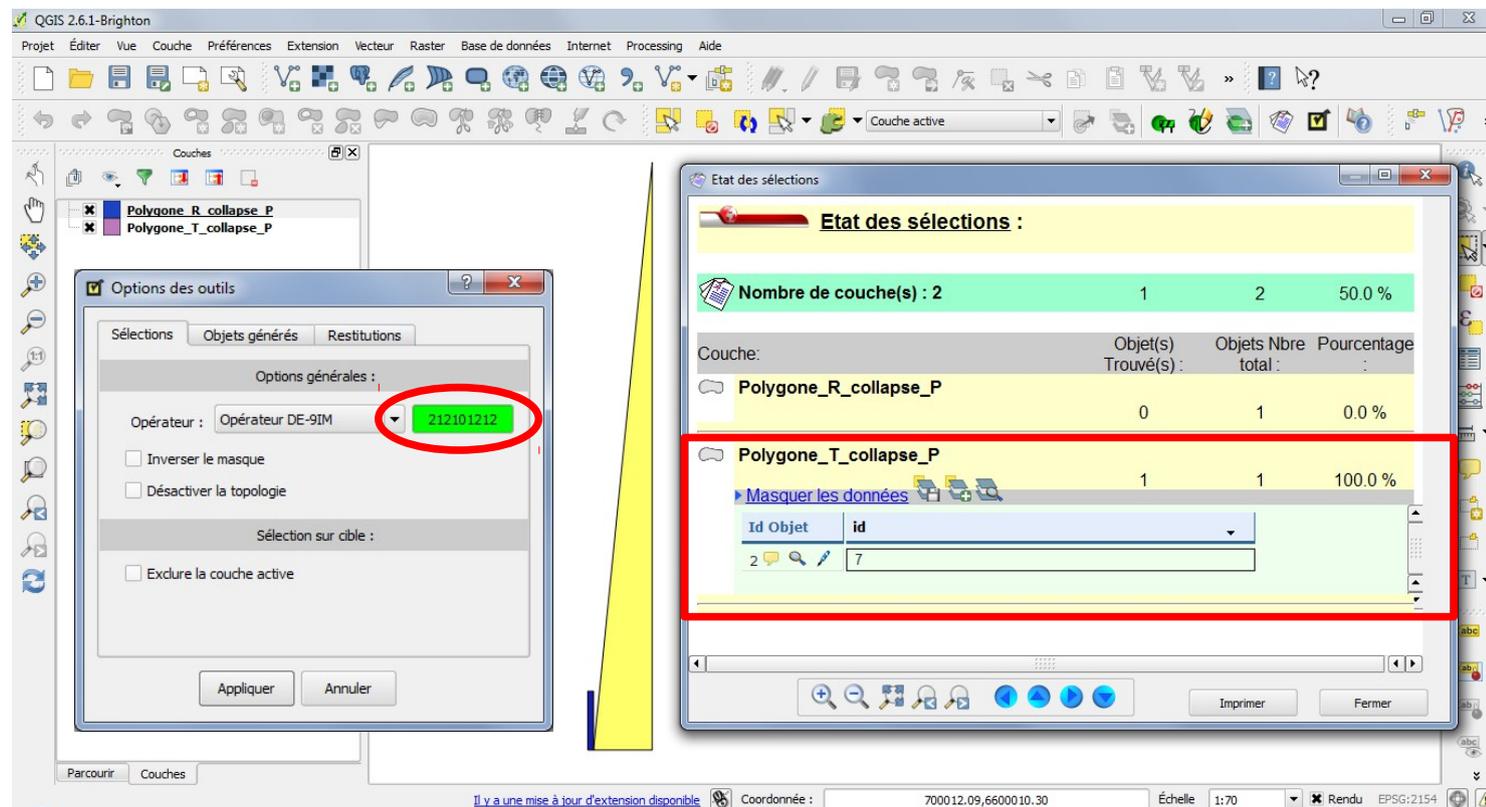
	Intersection text
1	POINT(700000 6600000)

The result "POINT(700000 6600000)" is circled in red. The status bar at the bottom indicates "OK.", "Unix", "Ligne 7, Col 49, Caract. 160", "1 ligne.", and "31 ms".

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Dans QGIS, vérifions que les 2 polygones se chevauchent, en injectant la matrice **212101212** dans le plugin SelectplusFR :



Le résultat de la sélection est
Le polygone T_collapse

La relation est vérifiée,
Les polygones se chevauchent
Ils partagent donc une partie
de leurs intérieurs (surface)

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Mais la construction de l'intersection donne un résultat étonnant :

L'intersection est un *polygone*

Mais aucune entité n'a été créée

id	id_2
----	------

Coordonnée : 700003.96,6600009.52 Échelle : 1:70 Rendu EPSG:2154

La précision dans les SIG non topologiques

L'effondrement dimensionnel ou comment tester la robustesse des algorithmes

Conclusion :

Dans les fonctions spatiales JTS et GEOS implémentées dans JTS, QGIS, PostGIS

- 1) Les prédicats topologiques sont robustes : ils donnent les bons résultats car ils calculent les relations spatiales entre objets en s'appuyant sur un graphe de topologie représentant les objets.
Ils ne sont donc pas sujets à l'effondrement dimensionnel car ils ne s'appuient pas sur la métrique du plan de projection.
- 2) les algorithmes de construction géométrique peuvent contenir des points nouveaux dont les coordonnées sont arrondies pour « tenir » dans les blocs mémoire alloués aux nombres qui les représentent (double précision).
Ils s'appuient sur la métrique du plan et sont donc sujets à l'effondrement dimensionnel ou aux effets de bord pouvant aboutir à un plantage (QGIS est au bord du gouffre !).

La précision dans les SIG non topologiques

Résolution de la grille JTS et GEOS

Mesurer le pas de la grille consiste à tester à partir de quelle distance 2 points voisins deviennent confondus.

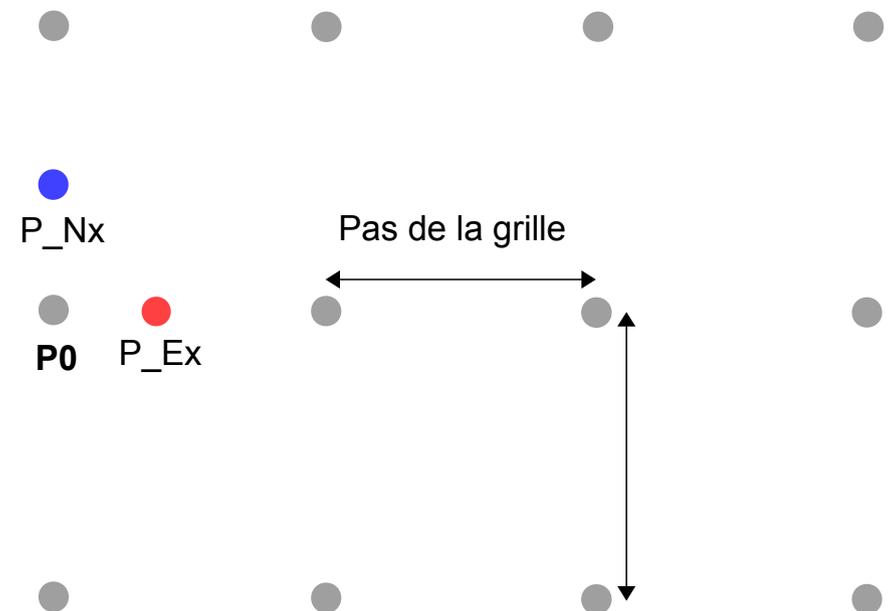
Fixons un point P0 de coordonnées

X= 700000
Y= 6600000

A l'Est et au Nord de ce point, disposons des points Point_Ex et Point_Nx dont les coordonnées X et Y varient autour des valeurs limites :

Point_E10 : POINT (700000.00000000001 6600000)
Point_E11 : POINT (700000.00000000001 6600000)

Point_N9 : POINT (700000 6600000.0000000001)
Point_N10 : POINT (700000 6600000.0000000001)



La précision dans les SIG non topologiques

Résolution de la grille JTS et GEOS

Dans QGIS, on ne peut pas distinguer visuellement les points, le zoom étant limité à 20000:1

(2 points sont vus distincts dans la fenêtre carte s'ils sont distants d'au moins 0,1 μm)

Le point Point_0 est disjoint du point Point_E10

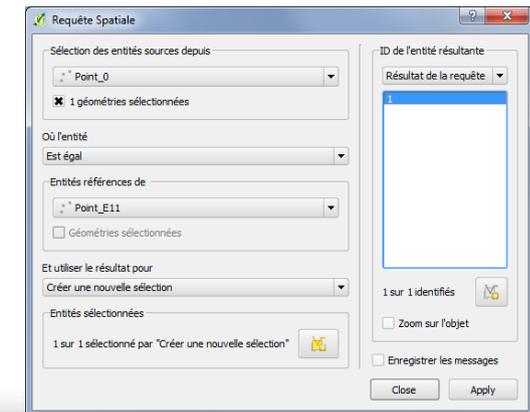
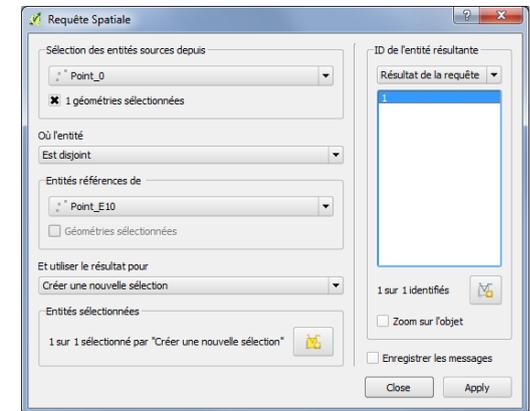
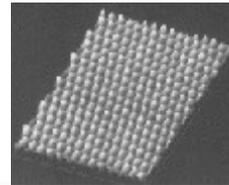
Le point Point_0 est confondu avec le point Point_E11

Le point Point_0 est disjoint du point Point_N9

Le point Point_0 est confondu avec le point Point_N10

Le pas de la grille est égal à 10^{-10} m en X
 10^{-9} m en Y

C'est la distance qui sépare
2 atomes dans un cristal
(résolution du microscope à force atomique)



La précision dans les SIG non topologiques

Résolution de la grille JTS et GEOS

Dans PostGIS

```
Select ST_Distance(point_0.geom,point_e10.geom)  
As "Distance_P0_P_E10"  
from point_0,point_e10;
```

Le point Point_0 est disjoint du point Point_E10

Distance_P0_P_E10 double precision
1.16415321826935e-010

Le point Point_0 est confondu avec le point Point_E11

Distance_P0_P_E11 double precision
0

Le point Point_0 est disjoint du point Point_N9

Distance_P0_P_N9 double precision
9.31322574615479e-010

Le point Point_0 est confondu avec le point Point_N10

Distance_P0_P_N10 double precision
0

La précision dans les SIG non topologiques

Résolution de la grille JTS

Dans JTS test Builder,
les deux points
Point_0 et Point_E10
sont distinctement visibles
(zoom 10^{-10} m \Leftrightarrow AFM !)

Ils sont topologiquement disjoints :

The screenshot shows the JTS TestBuilder interface. The main window displays a grid with two points, Point_0 and Point_E10, which are visually distinct at a zoom level of 10^{-10} m. The interface includes a menu bar (File, View, Edit, Options, Tools, Help), a toolbar with various icons, and a central panel with tabs for Geometry Functions and Scalar Functions. The Intersection Matrix and Binary Predicates sections are visible. The Intersection Matrix shows the following values:

	B	Int	Bdy	Ext
B				
Int	F	F	0	
A				
Bdy	F	F	F	
Ext	0	F	2	

The Binary Predicates section shows the following values:

	AB	BA
Equals	F	F
Disjoint	T	T
Intersects	F	F
Touches	F	F
Crosses	F	F
Within	F	F
Contains	F	F
Overlaps	F	F
Covers	F	F
CoveredBy	F	F

The status bar at the bottom shows the coordinates for the two points: Case 1 of 1, PM: Floating, 699999,999999997,...

Stats Cases A POINT (700000 6600000)
Log Input
Result B POINT (700000.0000000001 6600000)
Layers Value

La précision dans les SIG non topologiques

Résolution de la grille JTS

Le point Point_0 est disjoint du point Point_E10 Le point Point_0 est confondu avec le point Point_E11

Intersection Matrix

AB	FF0FFF0F2			
BA	FF0FFF0F2			
B	Int	Bdy	Ext	
Int	F	F	0	
A	Bdy	F	F	F
Ext	0	F	2	

Value of: distance (0 ms)
1.1641532182693481E-10

Intersection Matrix

AB	0FFFFFFFF2			
BA	0FFFFFFFF2			
B	Int	Bdy	Ext	
Int	0	F	F	
A	Bdy	F	F	F
Ext	F	F	2	

Value of: distance (0 ms)
0.0

Le point Point_0 est disjoint du point Point_N9 Le point Point_0 est confondu avec le point Point_N10

Intersection Matrix

AB	FF0FFF0F2			
BA	FF0FFF0F2			
B	Int	Bdy	Ext	
Int	F	F	0	
A	Bdy	F	F	F
Ext	0	F	2	

Value of: distance (0 ms)
9.313225746154785E-10

Intersection Matrix

AB	0FFFFFFFF2			
BA	0FFFFFFFF2			
B	Int	Bdy	Ext	
Int	0	F	F	
A	Bdy	F	F	F
Ext	F	F	2	

Value of: distance (0 ms)
0.0

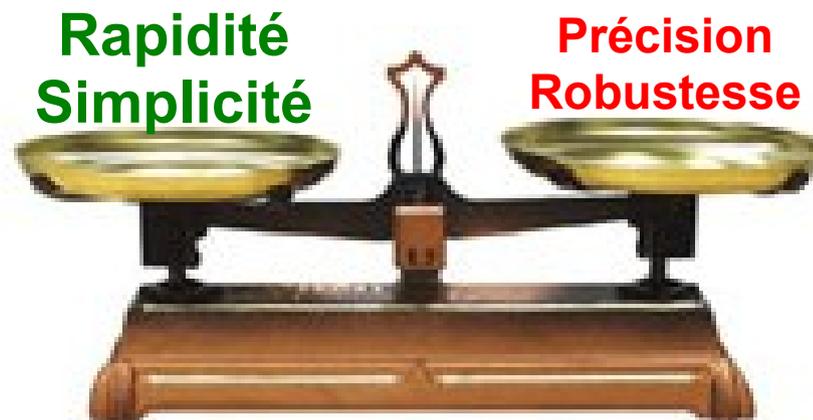
Les grilles GEOS et JTS sont identiques (ce n'est pas une surprise!)

La précision dans les SIG non topologiques

Pistes de réflexion pour tenter de remédier au problème de précision

- Utiliser des buffers positifs ou négatifs (10^{-6} m est suffisant)
- Rendre les algorithmes de construction géométrique plus robustes
- Stocker les nombres rationnels sous forme de quotients de nombres entiers
- Epsilons heuristiques : test conditionnel au voisinage de 0 :
si le résultat d'un calcul est inférieur à une valeur proche de 0, il prend la valeur 0
- Évaluation adaptative : gestion de l'intervalle d'imprécision d'un calcul
- Intervalles arithmétiques : calcul sur les bornes d'un intervalle encadrant le nombre
- Approche topologiquement orientée : règles de calcul assurant la conformité topologique

Mais la solution exacte au problème de précision n'existe pas



FIN



Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉCOLOGIE,
DU DÉVELOPPEMENT DURABLE
ET DE L'ÉNERGIE
www.developpement-durable.gouv.fr

MINISTÈRE DU LOGEMENT,
DE L'ÉGALITÉ DES TERRITOIRES
ET DE LA RURALITÉ
www.territoires.gouv.fr